ФГБОУ ВПО УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФГБУН ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ имени Ю.П. Булашевича УрО РАН

На правах рукописи

Исламгалиев Дмитрий Владимирович

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ АДСОРБЦИИ, ДИФФУЗИИ И ТЕЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ ДЛЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ КАРОТАЖА МЕТОДОМ СПОНТАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Специальность: 25.00.10 – Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук
Ратушняк А.Н.

Екатеринбург
2013

Содержание работы

ВВЕДЕНИЕ 4

ГЛАВА 1. Каротаж методом спонтанной поляризации 15

1.1. Основы каротажа методом ПС 15

1.2. Диффузионно-адсорбционный потенциал 16

1.3. Двойной электрический слой 17

1.4. Обзор методов вычисления потенциала ПС на оси скважины 20

ГЛАВА 2. Электрический потенциал спонтанной поляризации 24

2.1. Математическая модель генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации 24

2.2. Электрический потенциал в проводящей неоднородной среде 29

2.3. Поправочный коэффициент для определения величины адсорбционного потенциала 34

2.4. Электрический потенциал течения 37

2.5. Электрический потенциал диффузии 45

2.6. Диффузия при конвективном переносе вещества 56

ГЛАВА 3. Численное решение систем интегральных уравнений 59

3.1. Приведение систем интегральных уравнений к системам линейных алгебраических уравнений для получения экспресс-результата 59

3.2. Алгоритм решения систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок 66

3.3. Алгоритм расчетов интегральных формул 68

3.4. Тензорная и векторная функции Грина 71

ГЛАВА 4. Результаты математического моделирования с помощью программных комплексов 73

4.1. Программный комплекс «PS-C» 73

4.2. Программный комплекс «Paletka_PS» 80

4.3. Программный комплекс «PS-F» 83

4.4. Программный комплекс «PS-DT» 86

4.5. Программные комплексы «PS-D» и «PS-DK» 89

4.6. Вклад в потенциал ПС потенциалов адсорбции, диффузии и течения 94

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 99

ЛИТЕРАТУРА 101

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Обозначения и размерности физических величин и констант 109

ВВЕДЕНИЕ

Метод спонтанной поляризации (ПС) является одним из старейших и основных геофизических методов каротажа, применяемый для изучения геологического строения пород, пройденных геологоразведочными скважинами. Широкое производственное применение метода началось еще в первой трети прошлого века после экспериментов, проведенных братьями Шлюмберже и советским ученым Итенбергом С.С. на нефтяных месторождениях Чечни в Северном Кавказе.

Первый период развития геофизических исследований скважин (ГИС), в течение которого началось их широкое применение в нефтяных скважинах нашей страны и за рубежом, характеризуется выдачей на основе результатов интерпретации данных ГИС информации о литологии разреза, удельном электрическом сопротивлении, минеральных компонент пород, наличие в разрезе продуктивных и водоносных коллекторов. Из основных подсчётных параметров, которые значительно позже будут приниматься при подсчете запасов по данным ГИС, в этот период определяли только мощность продуктивных коллекторов, рекомендуя соответствующий интервал для испытания после спуска обсадной колонны [10,16]. Для определения коэффициента пористости требовались его корреляционные связи с электрическими параметрами (удельное сопротивление, амплитуда аномалии потенциалов собственной поляризации). Такие связи впервые были предложены В.Н. Дахновым на основе анализа и обобщения результатов лабораторного изучения образцов пород (керна) из нефтяных скважин, выполненного отечественными геофизиками в 30-е годы [54].

До сих пор ни один из более новых методов нефтяного каротажа не сумел превзойти метод ПС по простоте и эффективности выделения пластов-коллекторов нефти и газа.

Производственная эффективность метода ПС может существенно увеличиться благодаря разработанной в последнее время фундаментальной физико-химической теории, позволяющей до конца увидеть перспективы его

совершенствования [41]. Теория метода по своим физическим и физико-химическим основам имеет количественный характер и связана с фундаментальными положениями физики поверхностных явлений, физической и коллоидной химии, такими как адсорбционная и ионообменная активность, поверхностная проводимость, изменение чисел переноса ионов в областях развития пространственных зарядов. Эти явления связаны с нарушением электрической нейтральности раствора вследствие неспецифической адсорбции твердой фазой ионов одного знака.

Конечной целью интерпретации данных, получаемых при каротаже методом ПС, кроме литологического расчленения разреза пород по скважине, выполняемого в составе комплекса различных методов каротажа, является определение коэффициента пористости пород-коллекторов углеводородов [10, 15,16]. Эта задача решается на основе использования статистической связи между коэффициентом пористости и величиной адсорбционного потенциала спонтанной поляризации ПС, устанавливаемой путем их сопоставления по лабораторным исследованиям керна пород [10,77]. Переход от потенциала ПС, измеренного на оси скважины напротив пластов-коллекторов, к собственному адсорбционному потенциалу выполняется путем введения поправки за физико-геометрические факторы с помощью палеток Шлюмберже [2,48,53,54].

Настоящая работа преследует цель развития теоретического и программно-алгоритмического обеспечения для интерпретации данных каротажа геологоразведочных скважин методом спонтанной (самопроизвольной) поляризации.

Качественная интерпретация получаемых материалов каротажа методом ПС невозможна без учета всех компонентов, составляющих измеряемое в скважине электрическое поле спонтанной поляризации, которое состоит из трех составных частей.

Первая – электрическое поле, создаваемое потенциалом двойного электрического слоя, образующегося за счет адсорбции ионов одного знака на границах твердой и жидкой фаз [5, 8, 10, 19, 38, 73].

Вторая часть – электрическое поле, создаваемое диффузией растворов солей

различной концентрации во флюиде, заполняющем поры горных пород и в буровом растворе (промывочной жидкости) при неравновесном состоянии, возникающем после проходки скважины. Диффузионный потенциал существует только в неравновесном состоянии, после выравнивания концентраций (в равновесном состоянии) он равен нулю [5, 8, 23, 24, 29, 30, 40, 41].

Третья часть электрического поля создается за счет поля, создаваемого течением флюида из проницаемых пород в скважину при положительном дебите, возникающем за счет превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением [5, 20, 39, 42,44,45, 62].

Наиболее существенный вклад в измеряемое электрическое поле создает адсорбционный потенциал двойного электрического слоя зарядов, образующихся на границах твердой и жидкой фаз среды. Изучению именно этой части электрического поля посвящены основные научные публикации многих авторов, освещающие экспериментальные, опытные и производственные вопросы метода [1, 10, 15-19, 32, 34, 48, 53, 54].

В то же время определения вклада в измеряемый электрический потенциал величин электрического поля диффузии и течения до настоящего времени не сделано.

Возникновение одного физического поля под действием другого поля (электрическое поле диффузии и электрическое поле течения) относится к перекрестным эффектам взаимодействия полей. Под смешанными эффектами понимается такое наложение полей, когда одно поле дает дополнительный вклад в распределение источников другого [5, 17, 39, 50, 51, 57, 64, 72, 74].

Как следует из курсов теории поля, связь различных видов взаимодействия полей осуществляется посредством градиентов потенциалов полей с материальными коэффициентами [45, 50, 51]. В качестве метода исследований в настоящей работе применен математический аппарат, основанный на решении объемных векторных интегральных уравнений для градиентов потенциалов полей (метод моментов). Этим методом описываются как отдельные поля, так и эффекты взаимодействия различных полей в средах, содержащих неоднородности [39-42, 60].

Использование для описания взаимодействий полей объемных интегральных уравнений для градиентов потенциалов позволяет проводить исследования с единых методологических позиций и изучить различные виды взаимодействия полей в неоднородных средах.

Проблема взаимодействия различных видов потенциальных полей в неоднородных средах применительно к геофизическим исследованиям является не достаточно исследованной ввиду сложности и ей посвящено незначительное количество работ. Отметим исследования полей для неоднородных моделей сред, относящихся к вопросам изучения электрического поля течения флюидов в геоэлектрике [39, 42, 45]; электрического поля диффузии вещества или электролита [39-41]; электрофореза и электроосмоса [57, 72].

Программные комплексы для численного математического моделирования при изучении взаимодействия полей различной природы автору не известны.

Настоящая работа посвящена изучению смешанных и перекрестных эффектов полей в неоднородных средах, а именно определению электрического поля течения жидкости и электрического поля диффузии, в том числе для диффузии при дополнительном конвективном переносе вещества применительно к каротажу скважин методом спонтанной поляризации ПС, используя при решении интегральных уравнений метод осреднения функциональных поправок и метод исключения Гаусса.

Актуальность исследования.

При поисках и разведке нефтегазовых месторождений ведущая роль отводится геолого-геофизической интерпретации результатов исследований скважин для получения достоверной информации о запасах. Для того чтобы наиболее полно и качественно выполнить поставленные геологические задачи, необходимо повышать информативность геофизических методов исследований скважин за счет повышения качества работ. В связи с этим актуальным направлением является повышение эффективности геофизических исследований путем развития физико-теоретических исследований основ методов каротажа, а также разработки и при-

менения новых технологий обработки данных и их интерпретации.

Определение фильтрационно-емкостных характеристик (коэффициента пористости и проницаемости) пород-коллекторов месторождений углеводородов является важнейшей задачей, стоящей перед методами каротажа геологоразведочных скважин, одним из которых является метод спонтанной поляризации (ПС). Для качественной интерпретации получаемых материалов каротажа методом ПС необходим учет всех компонентов, составляющих измеряемое электрическое поле.

На современном уровне развития геофизической науки необходимо строгое обоснование математической модели генерации электрического поля, создаваемое адсорбцией ионов, течением флюида и диффузией вещества в геологической среде.

Степень разработанности темы исследований.

До настоящего времени применительно к скважинным измерениям методом ПС теоретически и экспериментально широко исследовался эффект электрического поля адсорбции. В настоящей работе впервые была построена математическая модель генерации электрического поля адсорбции, диффузии и течения в геологической среде, исследованы парные и перекрестные эффекты полей и даны оценки численных величин их вклада в измеряемый суммарный электрический потенциал.

Цель диссертационной работы: теоретическое исследование электрических полей адсорбции, диффузии и течения в неоднородных средах и определение величин их вклада в измеряемый электрический потенциал в каротаже скважин методом спонтанной поляризации.

Основные задачи.

- Построить математическую модель генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации в виде плотности функции Лагранжа.

- Решить объемные векторные интегральные уравнения 3D-неоднородных моделей для перекрестных и парных эффектов потенциальных полей для случаев электрического поля течения и диффузии, в том числе для диффузии при дополнительном конвективном переносе.
- Разработать и программно реализовать общую алгоритмическую основу для проведения математического моделирования применительно к каротажу методом спонтанной поляризации.
- Определить вклад в измеряемое поле электрических эффектов течения Дарси и диффузии вещества.

Научная новизна.

На основе принципа Гамильтона построена математическая модель системы «проводящая, пористая и проницаемая неоднородная среда + флюид + электрическое поле», которая является общефизической основой для получения системы уравнений, описывающих динамику изучаемой системы, с последующим их численным решением.

Разработана программа, реализующая алгоритм численного решения методом осреднения функциональных поправок для прямой задачи расчета электрического потенциала в скважине в неоднородной среде с цилиндрической симметрией.

Адаптированы к предмету диссертационной работы вычислительные программы, реализующие метод исключений Гаусса для численного решения систем интегральных уравнений Фредгольма. С помощью указанных программ выполнено математическое моделирование для перекрестных потенциальных полей:

1) для электрического потенциала фильтрации, возникающего за счет течения флюида из проницаемых пород в скважину при положительном дебите, вследствие превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением;

2) для электрического потенциала диффузии, возникающего за счет выравнивания концентрацией растворенных солей в буровом растворе (промывочной

жидкости) скважины и флюидах пористых пород, которое происходит после проходки скважин вследствие перехода среды в неравновесное состояние;

3) для электрического потенциала диффузии, возникающего за счет выравнивания концентрацией растворенных солей при дополнительном конвективном переносе вещества за счет течения флюидов.

Теоретическая и практическая значимость.

1) Разработана математическая модель генерации электрического поля адсорбции ионов, течения флюида и диффузии вещества в проводящей, пористой и проницаемой неоднородной среде в лагранжевом представлении, которая является частным случаем общей теории поля;

2) Исследованы зависимости электрического потенциала фильтрации от изменений физико-геометрических параметров (проницаемости и скорости течения), возникающего за счет течения флюида из проницаемых пород в скважину при положительном дебите.

3) Исследованы зависимости электрического потенциала диффузии от изменений физико-геометрических параметров (пористости и плотности потока вещества), возникающего за счет выравнивания концентрацией растворенных солей в скважине и флюидах пористых пород.

4) Показано, что величины электрических потенциалов диффузии и фильтрации вносят заметный вклад в измеряемый в скважинах электрический потенциал. Определены требуемые физические параметры для их учета при определении величины собственного адсорбционного потенциала пласта-коллектора при оценке его фильтрационно-емкостных параметров.

5) Создана электронная палетка определения поправочного коэффициента (программный комплекс «Paletka_PS») для перехода от значений измеренного электрического потенциала спонтанной поляризации ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород.

6) Созданы программные комплексы для проведения математического моделирования парных и перекрестных эффектов потенциальных полей примени-

тельно к каротажу методом ПС: «PS-C», «PS-F», «PS-DT», «PS-DK» и «PS_D».

Выполненные исследования соответствуют современному уровню развития теории и практики прикладной геофизики, а созданные программные комплексы при условии соответствия получаемых с их помощью результатов экспериментальным данным, могут применяться для интерпретации материалов скважинных геофизических исследований методом спонтанной поляризации при поисках месторождений углеводородов.

Методология и методы исследования.

Методологической основой проведенных исследований послужили принципы классической теории поля (механика сплошной среды и электродинамика Максвелла). Методы исследования заимствованы из математической физики: теория дифференциальных уравнений в частных производных, теория обобщенных функций, теория интегральных уравнений и методы их численного решения.

Положения, выносимые на защиту.

1. На основе принципа Гамильтона разработана математическая модель генерации электрического поля адсорбции ионов, течения флюида и диффузии вещества в геологической среде, основанная на классической теории поля.

2. Предложен и реализован способ восстановления собственного адсорбционного потенциала пласта-коллектора, связанного с коэффициентом пористости, по измеренному электрическому потенциалу спонтанной поляризации путем введения поправочного коэффициента с помощью электронной палетки.

3. Решена задача нахождения электрического поля фильтрации и определен ее вклад в измеряемый электрический потенциал на основе физико-геометрической модели в 3D неоднородной среде с цилиндрической симметрией.

4. Решена задача нахождения электрического поля диффузии, в том числе при дополнительном конвективном переносе вещества, и определен ее вклад в измеряемый электрический потенциал на основе физико-геометрической модели в 3D неоднородной среде с цилиндрической симметрией.

Достоверность.

Математическая модель процесса генерации электрического поля в геологической среде построена путём формализованных выводов на основе аппарата классической теории поля с использованием элементов теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Приведённые в работе результаты численного моделирования основаны на методах численного решения интегральных уравнений и не противоречат физическим положениям, лежащим в основе исследуемой геологической ситуации.

Часть работы проводилась по договору между ИГф УрО РАН с ООО «КогалымНИПИнефть» № 253.08.210-3 2009 г. на тему: «Разработка методики оценки фильтрационно–емкостных свойств пород с использованием лабораторных измерений диффузионно-адсорбционного потенциала на образцах керна горных пород», где автор диссертации был привлечен в качестве “Подрядчика” со стороны ИГф УрО РАН.

Личный вклад автора.

Работа подготовлена по результатам изучения потенциальных полей, выполненных в период с 2009 по 2013 год. Исследованы и применены различные численные методы решения систем интегральных уравнений. Основные печатные работы опубликованы в соавторстве при равном участии авторов.

Разработана математическая модель генерации электрического поля в геологической среде, основанная на классической теории поля под руководством и при непосредственном участии д.ф.-м.н. В. Б. Сурнева (при равном вкладе авторов).

Непосредственно автором разработана вычислительная программа, реализующая алгоритм метода осреднения функциональных поправок для решения использованных в работе систем интегральных уравнений.

Проведены в необходимом количестве численные эксперименты, результаты которых предназначены для интерпретации данных каротажа методом спонтанной поляризации (при условии соответствия их результатов эксперименталь-

ным данным) под руководством и при непосредственном участии научного руководителя к.т.н. А. Н. Ратушняка (при равном вкладе авторов).

Создание всех программных комплексов для всех типов полей проведено непосредственно автором под руководством А. Н. Ратушняка.

Публикации. Основные результаты исследований отражены в 12 научных работах, в том числе 4 – в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (ВАК). Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «Программный комплекс PS_C».

Апробация работы.

Результаты работы докладывались и обсуждались на:

- Международном научно-промышленном симпозиуме «Уральская горная школа – регионам» (УГГУ, 12-21 апреля 2010);
- XII Уральской молодежной научной школе по геофизике (Пермь, ГИ УрО РАН, 21-25 марта 2011);
- Международной научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 4-13 апреля 2011);
- «Шестых научных чтениях Ю.П. Булашевича. Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей», (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 12-17 сентября 2011);
- II Международном симпозиуме «Геофизика XXI века» (Екатеринбург, УГГУ, 24-25 ноября 2011);
- Международной научно-промышленной конференции «Уральская горная школа – регионам» (Екатеринбург, УГГУ, 16-25 апреля 2012);
- XIII Уральской молодежной научной школе по геофизике (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 23-27 апреля 2012).
- XIV Уральской молодежной научной школе по геофизике (Екатеринбург, ИГФ УрО РАН, 18-22 марта 2013).

- IX Международной научно-практической конкурс-конференции молодых специалистов “ГЕОФИЗИКА-2013” (Санкт-Петербург, СПбГУ, 7-11 октября 2013).

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения и списка литературы из 80 наименований. Диссертация изложена на 110 страницах машинописного текста, содержит 20 рисунков и 3 таблицы.

Благодарности. Автор благодарит научного руководителя кандидата технических наук, заведующего лабораторией электрометрии Института геофизики УрО РАН А.Н. Ратушняка за неоценимую всестороннюю помощь, поддержку, советы и за ценные замечания. Автор выражает признательность профессору, доктору физико-математических наук, заведующему кафедрой математики УГГУ Сурневу В.Б. за проведение совместных исследований при построении математической модели генерации электрического поля.

ГЛАВА 1

Введение в каротаж методом спонтанной поляризации (ПС)

Причиной возникновения в скважине и в окружающем пространстве электрического потенциала самопроизвольной поляризации (ПС) являются электрические поля за счет явлений адсорбции, диффузии ионов и фильтрации флюидов.

Главным образом появление электрического поля в скважинах, пробуренных на нефть и газ, обусловлено явлением адсорбции зарядов на границах твердой и жидкой фаз и возникновение собственного адсорбционного потенциала пористых пород в виде двойного слоя зарядов. Величина адсорбционного потенциала среды определяется величиной среднего размера пор и концентрацией солей в растворе жидкости, заполняющей поры. Происхождение этих потенциалов широко исследовано на лабораторных моделях и по измерениям на образцах керна пород, извлекаемого из скважин в процессе бурения [15, 16, 32, 77].

1.1. Основы каротажа методом ПС

Метод спонтанной поляризации (ПС) – это метод электрического каротажа геологоразведочных скважин, основанный на изучении электрического поля, самопроизвольно возникающего в горных породах [8, 15, 32].

Измерение потенциала ПС сводится к регистрации разности потенциалов между неподвижным электродом *N,* находящимся около устья скважины, и электродом *M,* перемещаемым по стволу скважины. Искажающая измерение электродная разность потенциалов компенсируется включенным в измерительную цепь компенсатором поляризации [16, 32, 63].

Разность потенциалов между перемещаемым *M* и неподвижным *N* электродами указывает на изменение электрического потенциала вдоль ствола

скважины.

Кривая потенциала самопроизвольной поляризации (метода ПС) обычно записывается одновременно с другими методами комплекса исследований скважин, в том числе методов сопротивлений. Кривая ПС показывает изменение потенциала электрического поля у электрода *M* вдоль оси исследуемой скважины. Разность потенциалов ПС измеряется в милливольтах.

Поскольку при регистрации невозможно учесть все сторонние разности потенциалов в цепи измерительных электродов, кривая ПС отображает лишь изменение потенциала по скважине, а не его абсолютное значение. Поэтому на диаграммах ПС указывается только масштаб регистрации разности потенциалов (мВ/см) и не указывается линия отсчета. В качестве нулевой принимают «линию глин», которая проводится напротив мощных пластов глин. Отклонение кривой ПС от «линии глин» называют амплитудой потенциала ПС или кривой $\alpha_{ПС}$.

Наибольшая амплитуда потенциала ПС наблюдается напротив чистых песчаных пластов-коллекторов. С увеличением их глинистости или напротив глинистых пород амплитуда ПС уменьшается. Таким образом, кривая ПС является надежным средством выделения в разрезе пористых пластов. Кривые ПС используются также при корреляции разрезов скважин [32].

1.2. Диффузионно-адсорбционный потенциал

Адсорбция – процесс концентрирования вещества из объёма фаз на границе их раздела. Поглощаемое вещество, ещё находящееся в объёме фазы, называют адсорбтив, поглощённое – адсорбат. В более узком смысле под адсорбцией часто понимают поглощение примеси из газа или жидкости твёрдым веществом – адсорбентом. Процесс, обратный адсорбции, то есть перенос вещества с поверхности раздела фаз в объём фазы, называется десорбция.

Согласно [16,32], если два раствора различной концентрации разделить мембраной, возникает мембранный или диффузионно-адсорбционный потенциал,

Вольт, предельное значение которого

$$\varepsilon_{ДА} = \frac{RT}{zF} \ln \frac{C_1}{C_2} \qquad (1.1)$$

наблюдается в случае, когда число переноса аниона либо катиона обращается в нуль. Здесь: C_i – концентрация электролитов, кг-экв/м^3; i=1, 2; $R = 8{,}314$ – универсальная газовая постоянная, $\text{Дж}/(\text{моль}\cdot{}^\circ\text{K})$; F = 96485 – постоянная Фарадея, Кл·моль$^{-1}$; T – абсолютная температура, °К; z – валентность.

В общем случае диффузионно-адсорбционный потенциал выражают, как

$$\varepsilon_{ДА} = K_{ДА} \lg \frac{\rho_2}{\rho_1}, \qquad (1.2)$$

где $K_{ДА} = \ln 10 \cdot \frac{RT}{zF}$ – коэффициент диффузионно-адсорбционной активности; ρ_i – удельные электрические сопротивления растворов, Ом·м; i=1, 2.

Если в качестве мембраны использована глина, то более концентрированный раствор *NaCl* заряжается отрицательно. Коэффициент диффузионной активности определяют экспериментально. Для глин $K_{ДА} \approx 45$ мВ при температуре Т=291 ^{O}К [17]. Рассмотрим связь коэффициента активности с параметрами двойного слоя.

Электрически нейтральный раствор электролита, попадая в поры горной породы, сложенной минералами-диэлектриками, приобретает заряд. Вследствие адсорбции стенками пор ионов одного знака или, наоборот, гидролиза твердой фазы вблизи стенок начинают преобладать катионы. Образуется двойной электрический слой. Оценки величины собственного потенциала двойного слоя в горных породах с различным диаметром пор даны в работах [64, 73].

1.3. Двойной электрический слой

Двойной электрический слой (ДЭС) − это два сближенных друг к другу слоя электрических зарядов разного знака, но с одинаковой поверхностной

плотностью, возникающие на границе раздела двух фаз. ДЭС в целом электронейтрален. При пересечении ДЭС электрический потенциал изменяется скачком.

Кольрауш, изучая особенности системы раствор-электрод [57] и измеряя электропроводность растворов, в 1878 г. обнаружил, что граница между электродом и раствором ведет себя по отношению к переменному току, как электрический конденсатор большой емкости.

С тех пор граница электрод-раствор притягивала к себе пристальное внимание исследователей: ведь именно в этой зоне происходили все события, связывающие между собой химические и электрические явления. В этом тончайшем загадочном слое протекали основные процессы, которые приводят к электрохимическим реакциям: при наложении тока – к электролизу, а при соответствующем выборе электродов и электролита – наоборот, к выработке тока.

Еще в 50-х годах XIX века Георг Квинке [57] для объяснения механизма только что открытого им так называемого потенциала протекания высказал гипотезу двойного слоя. Она оказалась весьма плодотворной в различных областях знаний. В 1881 г. Гельмгольц [57], изучая поляризацию, то есть сдвиг потенциала электрода под действием тока, предположил, что на границе электрод – раствор создастся двойной электрический слой (ДЭС) зарядов: один – на металле, другой в виде ионов – у поверхности электрода.

В 1905 г. французский физик Луи Гюи (1854-1926) указал, что принятое в модели Гельмгольца строго фиксированное расположение ионов в двойном слое в реальности невозможно, так как, кроме электростатических, на ионы действуют силы, обусловленные тепловым движением молекул. Новая модель двойного слоя получила название диффузного двойного слоя Гюи-Чапмена [57].

Наконец, в 1924 г. Отто Штерн (1888-1969), профессор Гамбургского университета, предложил учитывать специфическую адсорбцию ионов, то есть адсорбцию, происходящую под влиянием химических сил. В своей модели двойного слоя он объединил модели Гельмгольца и Гюи-Чапмена. Модель Штерна объясняла явления перезарядки поверхности в электрокинетических

измерениях и очень хорошо согласовывалась с экспериментальными данными [57].

Но в теории Штерна не учитывалось взаимодействие частиц, образующих двойной слой. Кроме того, она отождествляла локализацию специфически адсорбированных ионов с плоскостью диффузного слоя. Эти недостатки устранил в 40-х годах XX века американский ученый Дональд Грэм [57]. Он предположил, что существуют две плоскости Гельмгольца: одна, внутренняя, плоскость электрических центров специфически адсорбированных ионов или молекул растворителя и другая, внешняя, плоскость центров неорганических катионов, которые специфически не адсорбируются. Таким образом, в пространстве между поверхностью металла или твердого тела и раствором имеются как бы три последовательно соединенных конденсатора: электростатическая емкость пространства между металлом и внутренней плоскостью Гельмгольца, электростатическая емкость пространства между двумя плоскостями Гельмгольца и емкость диффузного слоя.

Для электрохимии большое значение имеет ДЭС на границе раздела металл – электролит. При погружении металла в раствор, содержащий ионы этого металла, образуется специфический для границы электрод − раствор ионный ДЭС дополнительно к ДЭС, существовавшему на поверхности металла до погружения, и ДЭС, возникающему в результате ориентации полярных молекул растворителя (например, воды) у поверхности металла. При этом может возникнуть промежуточная концентрация ионов металла, при которой поверхность металла не заряжается; соответствующий потенциал электрода называется потенциалом нулевого заряда, или нулевой точкой. Важное понятие о нулевой точке как величине, характерной для данного электрода, введено в электрохимию советским учёным А.Н. Фрумкиным [57].

То есть, если концентрация ионов металла в растворе меньше равновесной, то при погружении металла в раствор равновесие смещается вправо, что приводит к отрицательному заряду на металле по отношению к раствору. Если малоактивный металл погружен в раствор соли с концентрацией больше

равновесной, то происходит переход ионов из раствора на металл, заряженный положительно (рис. 1.1). В любом случае возникает двойной электрический слой и появляется разность электрических потенциалов, или гальвани-потенциал [3, 64].

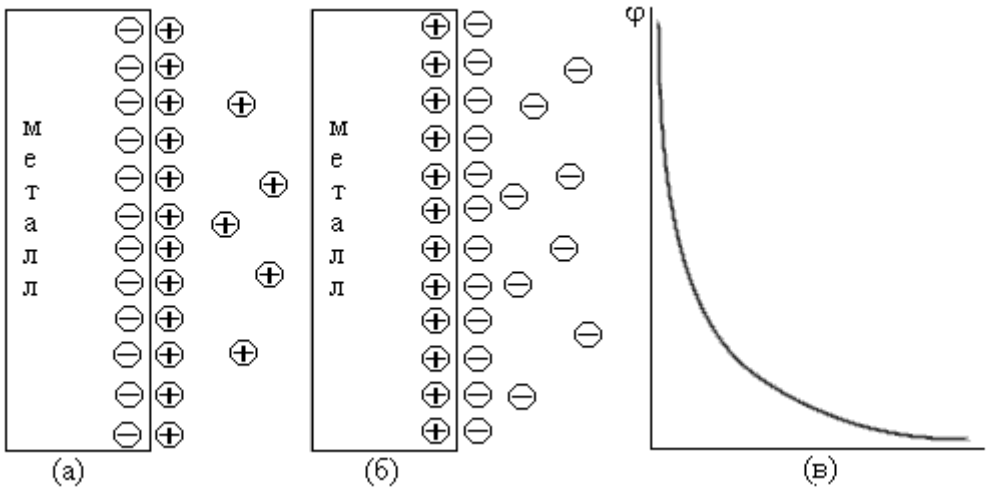

Рис. 1.1. Схема двойного электрического слоя (а) и (б); распределение заряда в объеме электролита (в) [3]

1.4. Обзор методов вычисления потенциала ПС на оси скважины

Решение задачи расчета электрического потенциала на оси скважины, создаваемого двойным слоем зарядов на границе среда-скважина для пачки электрически неоднородных пластов различной мощности и удельным электрическим сопротивлением (УЭС) зон проникновения различного диаметра, может быть найдено только численными методами. К настоящему времени построены конечно-разностные сеточные модели А.Л. Колосовым, А.И. Абрикосовым и О.Б. Кузьмичевым [1,18, 34, 48, 75]. Известны полуаналитические методы, развиваемые В.Т. Ивановым [19]. Также существует решение прямой задачи интегро-интерполяционным методом или методом баланса [48].

Методом сеток удобно пользоваться в модели трех пластов с мощным средним пластом, т.к. точность решения высока при больших расстояниях между

узлами сетки и решение по времени занимает небольшое время. Но когда средний пласт тонкий, то шаг между узлами сетки необходимо сгущать, а это – соответственно увеличение времени расчетов, точность результата существенно уменьшается.

Решение прямой задачи методом объемных векторных интегральных уравнений [41] использовалось авторами для изучения электрического поля модели трех пластов, причем средний пласт являлся тонким.

Расчет методом интегральных уравнений по сравнению с сеточными методами, напротив, для вычисления модели тонкого среднего пласта занимает небольшое время расчета. При мощном среднем пласте число элементов становится большим и соответственно это сказывается на времени расчета.

В настоящей работе для изучения электрического поля в среде, неоднородной по физико-геометрическим свойствам, создаваемого сторонним источником поля (потенциалы адсорбции) и сторонними полями (потенциалы диффузии и потенциалы течения) используется метод объемных векторных интегральных уравнений [41].

В практике зарубежных и отечественных исследований в последнее время изучается возможность оценки по данным каротажа ПС не только коэффициента пористости, но и проницаемости пород. Изучение корреляционной зависимости между этими параметрами и ранее многократно подчеркивалась и исследовалась различными исследователями [15, 17, 32].

Последние исследования интеграции параметров пористости и проницаемости при описании фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) коллекторов рассматривают в свете концепции гидравлических единиц потока (коллектора) [79], позволяющих выделять типы (классы) пород с близкой характеристикой порового пространства. В соответствии с формулировкой гидравлическая единица коллектора (потока) – *HU* определяется как “представительный элементарный объем породы, внутри которого геологические и петрофизические свойства, влияющие на течение жидкости, взаимно согласованы и предсказуемо отличны от других пород”. Помимо

петрофизических параметров гидравлические единицы имеют пространственное развитие, подчёркивая литологическую и фациальную неоднородность коллектора. Но, при этом, один тип коллектора может образовываться в различных фациальных обстановках и наоборот, как правило, в пределах одной фации присутствуют несколько гидравлических единиц потока. Возможность *HU* характеризовать фильтрационно-емкостную неоднородность резервуара в пространстве, позволяет выбрать её в качестве базового элемента при построении математической модели коллектора.

Выделение гидравлической единицы потока базируется на расчете параметра индикатора гидравлической единицы (*FZI*) по значениям коэффициентов пористости и проницаемости, полученным для конкретных образцов керна:

$$FZI = 0{,}0314\sqrt{\frac{k_{пр}}{k_п}}\frac{1 - k_п}{k_п} \qquad (1.3)$$

где *FZI* – индикатор гидравлической единицы (Flow zone indicator); $k_п$ – коэффициент пористости; $k_{пр}$ – коэффициент проницаемости [44].

Концепция гидравлических единиц подразумевает, что существует ограниченное число типов коллектора, характеризующихся уникальным средним значением *FZI* и разброс значений *FZI* около среднего вызван случайными экспериментальными погрешностями. Прежде всего, необходимо определить число таких типов коллекторов и границы *FZI* для каждого из них. Созданные в методике данного направления процедуры ориентированы на использование имеющихся экспериментальных данных по керну и множество качественных, графических и аналитических методов.

Проведённая систематизация распределения *FZI* в зависимости от значений пористости и проницаемости резервуара с учётом неоднородности его порового пространства (размер и схожесть формы зёрен, извилистость поровых каналов и т. д.), позволила [37] разработать схему классификации терригенных коллекторов для месторождений Западной Сибири на основе выделения гидравлических

единиц потока. Для всей совокупности терригенных резервуаров исследуемых месторождений были выделены классы гидравлических единиц потока, имеющие определённые диапазоны, характеризующиеся близкими средними значениями *FZI* [44]. Но чаще всего трудно выделить такие зависимости с достаточной достоверностью (вероятностью), и применять этот метод (идею) просто нельзя.

Заключение:

1. Потенциал спонтанной поляризации (ПС) в скважине и окружающих породах обязан трем эффектам: - электрическому полю двойного слоя, возникающего в порах пород за счет адсорбции ионов одного знака на границе твердой и жидкой фаз; - электрическому полю, возникающему при диффузии растворов солей различной концентрации во флюиде, заполняющем поры горных пород и в буровом растворе (промывочной жидкости); - электрическому полю, возникающему при фильтрации флюидов из проницаемых пород в скважину при положительном дебите, возникающем за счет превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением.

2. Приведен обзор методов вычисления электрического потенциала ПС на оси скважины в среде, неоднородной по электрическим свойствам, от двойного слоя зарядов, возникающих за счет адсорбции.

ГЛАВА 2

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ АДСОРБЦИИ, ДИФФУЗИИ И ТЕЧЕНИЯ

2.1. Математическая модель генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации

Рассмотрим математическую модель генерации электрических полей адсорбции, диффузии и течения в методе спонтанной поляризации с общих позиций математического моделирования, в рамках модели сплошной среды.

Напомним, что с точки зрения общей схемы математического моделирования сначала строится модель объекта исследования, в которой учитываются по возможности все существенные связи и взаимодействия элементарных объектов, на которые разбивается исследуемый объект, а также объекта с внешней средой [66]. Модель объекта строится в виде “функции объекта”, в качестве которой в механике фигурирует или функция Лагранжа, или функция Гамильтона. В полевой теории в качестве модели строится соответствующая плотность функции Лагранжа или Гамильтона. Далее, используя принцип Гамильтона в обобщённой на полевые теории форме и основную лемму вариационного исчисления – Лемму Лагранжа, получают полевые уравнения движения. Так как основные этапы схемы построения общей полевой модели известны [66], то лишь коротко обозначим эти этапы, а основное внимание уделим построению плотности функции Лагранжа. Подчеркнем, что, так как математическая модель генерации электрического поля в процессе течения или диффузии флюида должна строиться в рамках полевого подхода, то в качестве функции объекта следует взять, например, плотность функции Лагранжа, что приведёт к лагранжевой теории процесса.

Основой построения математической модели процесса эволюции объекта в рамках полевой теории является обобщённый принцип Гамильтона, который формулируется следующим образом [66].

Реальная эволюция непрерывной среды в 4-х мерном пространстве событий (три пространственных координаты и время) при заданных значениях полевых функций на гиперповерхности Σ, которая ограничивает область V в пространстве одновременных событий, происходит таким образом, что функционал действия S принимает стационарное значение, то есть выполняется необходимое условие стационарности [66]:

$$\delta S = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} L dt = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{V} \Lambda d\vec{x}\, dt = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{V} \Lambda dx^1 dx^2 dx^3 dt = 0. \qquad (2.1)$$

Предполагается, что плотность функции Лагранжа (лагранжиан) имеет вид

$$\Lambda = \Lambda\left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \vec{r}, t \right), \qquad (2.2)$$

где латинский индекс $j = 1, 2, \ldots, n$ нумерует полевые функции q^j, а греческий индекс $\alpha = 1, 2, 3$ – декартовы координаты в евклидовом пространстве R^3.

Если переписать вариационный принцип (2.1) в виде [66]

$$\delta S = \delta \int_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{V} \Lambda\left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \vec{r}, t \right) d\vec{x}\, dt = 0, \qquad (2.3)$$

и найти вариацию функционала действия, воспользовавшись рядом стандартных выкладок [66], то используя обобщённый вариант основной леммы вариационного исчисления (леммы Лагранжа), приходим к системе уравнений движения непрерывной среды в форме Лагранжа следующего вида [66]:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial q^j} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \Lambda}{\partial\left(\frac{\partial q^j}{\partial t} \right)} - \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \Lambda}{\partial\left(\frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha} \right)} = 0, \ (j = 1, 2, \ldots, n). \qquad (2.4)$$

Таким образом, построение математической модели процесса генерации электрического поля движением флюида (течением или диффузией в пористой среде) будет полностью закончено, если будет построена плотность функции Лагранжа (лагранжиан) в виде (2.2). Приступим к построению плотности функции Лагранжа для рассматриваемой задачи.

Плотность функции Лагранжа равна [26]

$$\Lambda\left(q^j, \frac{\partial q^j}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial q^j}{\partial t}, \vec{r}, t\right) = w_{кин} - w_{пот} + w_{ст}. \qquad (2.5)$$

Здесь $w_{кин}$ –плотность кинетической энергии флюида, $w_{пот}$ –плотность потенциальной энергии флюида и электрического поля.

Для флюида, движущегося в пористой среде, плотность кинетической энергии (кинетическая энергия единицы объёма) имеет вид:

$$w_{кин} = \frac{1}{2}\rho\,\mathbf{v}^2 + \alpha p_q D + \omega. \qquad (2.6)$$

В (2.6) ρ – плотность флюида, кг/м^3; $\mathbf{v}$ – скорость течения жидкости, м/с; α – параметр, приводящий к размерности плотности энергии, 1/м^2; p_q – интеграл потока диффузионного вещества, кг-экв/(м·с); D – коэффициент диффузии, м^2/с; ω – плотность энергии двойного электрического слоя, кг/(м·с^2).

Слагаемые (2.6) обусловлены плотностью кинетической энергии, где первое слагаемое в выражении (2.6) – обычная плотность кинетической энергии жидкости. Появление в (2.6) второго слагаемого обусловлено диффузией, возникающей за счет переноса вещества. Третье слагаемое в (2.6) – плотность энергии двойного электрического слоя, обусловлено затраченной энергией $E = \int_\Omega \omega d\Omega$ по сближению зарядов противоположных знаков (катионов и анионов) и образованием двойного слоя, $\omega = \frac{1}{2}\bar{\rho}\,\boldsymbol{\upsilon}^2$, $\boldsymbol{\upsilon}$ – средняя скорость зарядов, м/с; $\bar{\rho}$ – объёмная плотность зарядов, кг/м^3.

Действительная скорость равна:

$$\delta\,\mathbf{v} = \delta\,\frac{\partial\,\mathbf{r}}{\partial t}.$$

В результате первое и третье слагаемые (2.6) примет вид [9]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \rho\,\mathbf{v}\,\delta\,\mathbf{v}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \rho\,\mathbf{v}\,\frac{d(\delta\,\mathbf{r})}{dt}\,dt = \rho\,\mathbf{v}\,\delta r\Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \rho\,\frac{\partial\,\mathbf{v}}{\partial t}\,\delta\,\mathbf{r}\,dt = -\int_{t_1}^{t_2} \rho\,\frac{\partial\,\mathbf{v}}{\partial t}\,\delta\,\mathbf{r}\,dt;$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \overline{\rho}\, \boldsymbol{\upsilon}\, \delta\, \boldsymbol{\upsilon}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \overline{\rho}\, \boldsymbol{\upsilon} \frac{d(\delta\, \mathbf{r})}{dt} dt = \overline{\rho}\, \boldsymbol{\upsilon}\, \delta r \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \overline{\rho} \frac{\partial\, \boldsymbol{\upsilon}}{\partial t} \delta\, \mathbf{r}\, dt = -\int_{t_1}^{t_2} \overline{\rho} \frac{\partial\, \boldsymbol{\upsilon}}{\partial t} \delta\, \mathbf{r}\, dt$$

при $\delta\, \mathbf{r}(t_1) = \delta\, \mathbf{r}(t_2) = 0$.

Второе слагаемое (2.6) после варьирования примет вид:

$$\delta(\alpha p_q \mathrm{D}) = \alpha\, \mathbf{q}\, \mathrm{D} \delta\, \mathbf{r},$$

где $\mathbf{q}$ – плотность потока, кг-экв/(м^2·с).

Тогда вариация кинетической энергии:

$$\delta \mathrm{w}_{кин} = \left(-\rho \frac{\partial\, \mathbf{v}}{\partial \mathrm{t}} + \alpha\, \mathbf{q}\, \mathrm{D} - \overline{\rho} \frac{\partial\, \boldsymbol{\upsilon}}{\partial \mathrm{t}} \right) \delta\, \mathbf{r}.$$

Учитывая тот факт, что внутренние силы в жидкости работу не производят, плотность потенциальной энергии представим в следующей форме [26]:

$$w_{пот} = \frac{\mu}{c}(\mathbf{v}, \mathbf{r}) - \alpha k_n D^2 C + \alpha D(\mathbf{v}, \mathbf{p_c}) + \overline{\rho} U + (\mathbf{i}_{\text{п}}, \mathbf{A}). \qquad (2.7)$$

Здесь μ – динамическая вязкость флюида, Па·с; c – гидравлическая проницаемость, м^2; k_n – коэффициент пористости; C – концентрация растворенного вещества, кг-экв/м^3; p_c – плотность концентрации растворенного вещества, кг-экв/м^2; U – потенциал двойного электрического слоя, В; $\mathbf{i_п} = \sigma(\mathbf{E} + [\boldsymbol{\upsilon}, \mathbf{B}])$ – плотность полного тока, А/м^2; $\mathbf{A}$ – вектор-потенциал электромагнитного поля; $\mathbf{B}$ – магнитная индукция, Тл.

Слагаемые в выражении (2.7) является частью плотности потенциальной энергии. Появление первого слагаемого (2.7) обусловлено течением флюида, протекающим через проницаемую среду. Второе и третье слагаемые (2.7) определяют изменение концентрации вещества при наличии конвективного переноса, при отсутствии конвективного переноса третье слагаемое (2.7) будет отсутствовать. Четвертое слагаемое (2.7) учитывает потенциал двойного электрического слоя, создаваемого на границе твердой и жидкой фаз. Последнее слагаемое определяет электрическое (электромагнитное) поле.

Первое слагаемое (2.7) в результате варьирования примет вид:

$$\delta\left(\frac{\mu}{\mathrm{c}}\mathbf{v}\,\mathbf{r}\right)=\frac{\mu}{\mathrm{c}}\mathbf{v}\,\delta\,\mathbf{r}$$

и используя преобразования [6]:

$$\delta(\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{A})\ =[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{rotA}]\delta\,\mathbf{r}=[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}]\delta\,\mathbf{r};\quad \delta(\mathrm{U})\ =\left(\mathbf{grad}\,\mathrm{U}+\frac{\partial\,\mathbf{A}}{\partial\mathrm{t}}\right)\delta\,\mathbf{r}$$

в результате получим вариацию плотности потенциальной энергии [26]:

$$\delta w_{nom}=\left[\frac{\mu}{c}\mathbf{v}+\alpha k_n D\left(\mathbf{grad}\,\mathrm{C}-\frac{\mathbf{v}\,C}{k_n D}\right)+\overline{\rho}\left(\mathbf{grad}\,U+\frac{\partial A}{\partial t}\right)+[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}]\right]\delta\,\mathbf{r}$$

Третье слагаемое в выражении (2.5) имеет вид

$$w_{cm}=P\cdot\mathrm{div}\,\mathbf{r}\,. \tag{2.8}$$

Здесь P – внутрипластовое давление, обусловлено движением флюида (жидкости). При движении жидкости любой её выделенный объем не изменяет своей величины (но может менять форму), и в силу предполагаемой несжимаемости флюида должно выполняться уравнение непрерывности $div\,\mathbf{v}=0$, в результате чего (2.8) должно быть добавлено в выражение (2.5). Используя преобразования [9] вариацию можно записать в виде:

$$\delta w_{cm}=-\mathbf{grad}\,P\delta\,\mathbf{r}\,.$$

Подставляя плотность функции Лагранжа (2.5) с учётом выражений (2.6), (2.7) и (2.8) в уравнения Лагранжа (2.4), и вычисляя, входящие в уравнения системы (2.4), производные с учётом преобразований работ [6,9], окончательно приходим к следующей системе дифференциальных уравнений с частными производными [26]:

$$\begin{cases}-\rho(1-\mathrm{k})\dfrac{\partial\,\mathbf{v}}{\partial\mathrm{t}}-\dfrac{\mu}{\mathrm{c}}\mathbf{v}-\mathbf{grad}\,\mathrm{P}-\mathrm{m}_1[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}]=0,\\ \alpha\mathrm{D}\,\mathbf{q}-\rho\mathrm{k}\dfrac{\partial\,\mathbf{v}}{\partial\mathrm{t}}+\left(\alpha\mathrm{k}_n\mathrm{D}^2\,\mathbf{grad}\,\mathrm{C}-\alpha\mathrm{D}\,\mathbf{v}\,\mathrm{C}\right)-\mathrm{m}_2[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}]=0,\\ -\overline{\rho}\dfrac{\partial\,\mathbf{\upsilon}}{\partial\mathrm{t}}-\overline{\rho}\left(\mathbf{grad}\,\mathrm{U}+\dfrac{\partial\,\mathbf{A}}{\partial\mathrm{t}}\right)-\mathrm{m}_3[\mathbf{i}_{\Pi},\mathbf{B}]=0,\end{cases} \tag{2.9}$$

где k – параметр, возникающий при наличии конвективного переноса вещества, если $k\in[0;1]$; коэффициенты m_1, m_2, m_3 показывают наличие электрического по-

ля во всех трех уравнениях, определяющих течение флюида, диффузию вещества и адсорбцию соответственно, при условии $m_1 + m_2 + m_3 = 1$.

В соответствии с основными принципами математического моделирования математическая модель объекта исследования:

$$\text{МОДЕЛЬ} = \textit{проводящая, пористая и проницаемая неоднородная среда} + \\ + \textit{флюид} + \textit{электрическое поле}$$

построена в виде плотности функции Лагранжа (2.5), включающей в себя слагаемые (2.6), (2.7), (2.8). Установлен физический смысл слагаемых (2.6), (2.7), (2.8). Уравнения движения объекта исследования (2.9) получены из плотности функции Лагранжа путём подстановки последней в общие полевые уравнения с последующим выполнением всех необходимых операций дифференцирования. В результате получено решение краевой задачи для модельной системы дифференциальных уравнений в частных производных. В дальнейшем при переходе в квазистационарное состояние получим известные выражения: закон Дарси, 1 и 2 закон Фика и уравнение Пуассона, т.е. можем перейти системам интегральных уравнений Фредгольма II рода для напряженности электрического поля и градиентов соответствующих полей (электрического потенциала, концентрации и давления) [39,41].

2.2. Вычисление электрического потенциала в проводящей неоднородной среде

Рассмотрим модель (рис. 2.1) покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта с неизменной частью (ПЛ) и зоной проникновения (ЗП), а также промывочной жидкостью (ПЖ) в скважине. В общем случае это пачка электрически неоднородных по удельным электрическим сопротивлениям (УЭС) пластов различной мощности, пересеченных скважиной. Скважину можно рассматривать как бесконечный цилиндр постоянного радиуса.

Как отмечалось в главе 1, наиболее существенный вклад в измеряемый на оси скважин потенциал спонтанной поляризации (ПС) создает электрическое поле адсорбционного потенциала. Источником поля является двойной слой электрических зарядов, возникающих в результате адсорбции зарядов одного знака на границе скважина - порода (стенке скважины) и на границах твердой и жидкой фаз в порах вмещающих пород.

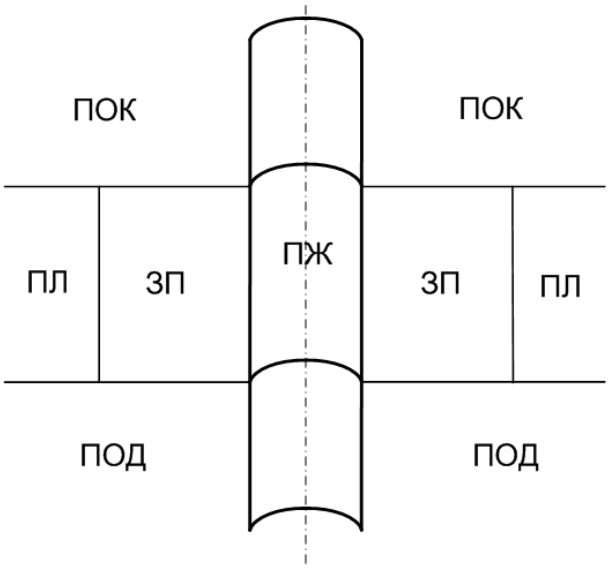

Рис 2.1. Модель покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта (ПЛ), зоны проникновения (ЗП) и скважины с промывочной жидкостью (ПЖ) [21-23, 27]

При отсутствии диффузии растворов солей из пористых пород в скважину (равновесное состояние) и слабом дебите флюидов из проницаемых пород, измеряемое поле обусловлено именно электрическим полем, создаваемым двойным слоем электрических зарядов (адсорбцией).

В этом случае электрический потенциал, измеряемый на оси скважины, складывается из потенциала, создаваемого двойным слоем зарядов в однородной по удельной электропроводности среде U^0 и аномального потенциала U_a за счет перераспределения электрического поля в неоднородных пластах.

Из уравнения непрерывности плотности полного тока $\operatorname{div} \mathbf{i}_{\Pi} = \operatorname{div}(\mathbf{i} + \mathbf{i}_{\mathbf{C}}) = 0$, следует, что в неоднородной среде $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$ электри-

ческий потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона [45]

$$\Delta U = -\frac{1}{\sigma_0}\operatorname{div}\left[(\sigma - \sigma_0)\,\mathbf{E} + \mathbf{i_C}\right],$$

решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [69]. Считая, что потенциал U^0 нормального поля создается только источником стороннего тока $\mathbf{i_C}$ в однородной среде, а именно двойным слоем зарядов, образующимся за счет явления адсорбции, после преобразований получим интегральную формулу для расчета потенциала [41]:

$$U = U^0 + U_a = U^0 + \frac{1}{4\pi}\int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\mathbf{E}\,\mathbf{grad}_{\mathbf{M}}\,\frac{1}{R}dV\,, \qquad (2.10)$$

где $U^0 = U^0(r_i)$ – электрический потенциал в однородной среде, создаваемый двойным слоем зарядов (нормальный потенциал), В; U_a – аномальный потенциал, В; σ и σ_0 – удельные электропроводности неоднородностей и вмещающей среды, См/м; $\mathbf{A} = r_i(x_1, x_2, x_3)$ – точки наблюдений; $\mathbf{M} = r_j\left(x_1^0, x_2^0, x_3^0\right)$ – точки объема; индекс **M** означает дифференцирование по точкам объема неоднородной среды; $R = \left|r_i - r_j\right|$.

Для расчета потенциала ПС на оси скважины U по формуле (2.10) необходимо определить величину напряженности электрического поля **E** в точках объема V, т.е. предварительно необходимо решить интегральное уравнение для напряженности электрического поля $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}\,U$ [41]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E^0} - \frac{1}{4\pi}\mathbf{grad}_{\mathbf{A}}\int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\mathbf{E}\;\mathbf{grad}_{\mathbf{M}}\,\frac{1}{R}dV\,, \qquad (2.11)$$

где $\mathbf{E^0} = \mathbf{E^0}(\mathrm{r}_i)$ – напряженность электрического поля в однородной среде, создаваемая двойным слоем зарядов (нормальное поле), В/м; индекс **A** означает дифференцирование по точкам наблюдений.

Двойной слой зарядов создает в окружающем однородном пространстве потенциал (нормальный), описываемый формулой для телесного угла [39]

$$U^0 = \frac{1}{4\pi}\int_S \left(U_c\,\mathbf{n}\right)\cdot \mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}dS,$$

где $\mathbf{n}$ − вектор нормали, U_c – собственный потенциал двойного слоя зарядов, который можно преобразовать к объемному интегралу

$$U^0 = \frac{1}{4\pi}\int_{V_{cm}} \mathbf{E_{cm}}\cdot \mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}dV_c\,, \tag{2.12}$$

где $\mathbf{E_c} = \dfrac{U_c}{\Delta \mathbf{l}}$ – напряженность электрического поля между обкладками двойного слоя толщиной $\Delta \mathbf{l}$ по направлению нормали к поверхности двойного слоя, dV_c – элемент объема.

Для расчета градиента потенциала нормального поля от двойного слоя зарядов на поверхности цилиндрической формы, выразим напряженность через объемный интеграл

$$\mathbf{E^0} = -\frac{1}{4\pi}\mathbf{grad_A}\int_{V_c}\mathbf{E_{cm}}\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}dV_c\,. \tag{2.13}$$

Задачей решения объемного векторного интегрального уравнения (2.11) является определение величин градиентов потенциала поля в точках внутри объема $r \in V$, полагая, что сторонние токи расположены вне проводника, и только они создают нормальное поле $\mathbf{E^0}$ и U^0, а аномальное электрическое поле создается лишь проводящим объемом V.

Формулы для расчета напряженности электрического поля и потенциала для цилиндрической симметрии среды можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} E_\rho = E_\rho^0 + \int\limits_V \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\left(E_\rho G_{\rho\rho_0} + E_z G_{\rho z_0}\right) dV, \\ E_z = E_z^0 + \int\limits_V \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\left(E_\rho G_{z\rho_0} + E_z G_{zz_0}\right) dV, \end{cases} \tag{2.14}$$

$$U = U^0 + \int\limits_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\left(E_\rho G_{\rho_0} + E_z G_{z_0}\right) dV, \tag{2.15}$$

где E_ρ, E_z – составляющие ρ и z напряженности электрического поля, E_ρ^0, E_z^0 – нормальные составляющие ρ и z напряженности электрического поля, $G_{\rho\rho_0}\ G_{\rho z_0}\ G_{z\rho_0}\ G_{zz_0}$ – компоненты тензорной функции Грина, G_{ρ_0}, G_{z_0} – компоненты векторной функции Грина.

На рис. 2.2 представлен пример расчета потенциала ПС напротив пласта пониженной электропроводности [41] для задачи с цилиндрической симметрией, программно реализующий выражения (2.10–2.14) с помощью зарегистрированного в государственном реестре программного комплекса для ЭВМ «Программный комплекс PS-C» [61].

Кривая 1 соответствует случаю пространства, однородного по электропроводности – потенциал U^0 нормального поля на оси скважины, создаваемый двойными слоями каждого из трех пластов. Аномалия U_a за счет пониженной электропроводности тонкого пласта-коллектора (кривая 2), алгебраически складываясь с нормальным потенциалом, уменьшает аномальный эффект ПС от пласта. В целом влияние пониженной электропроводности пласта-коллектора приводит к сглаживанию кривой ПС.

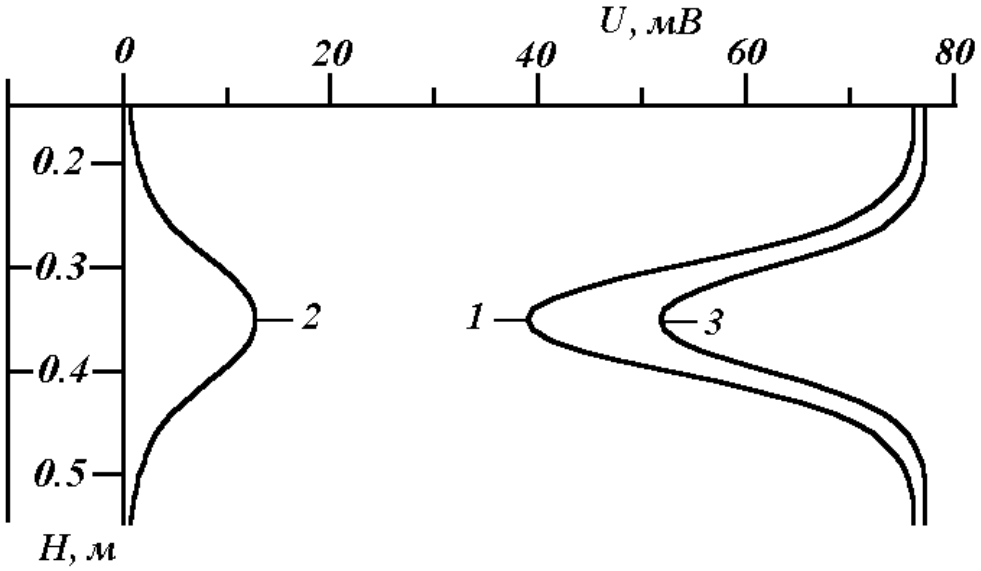

Рис. 2.2. Кривые ПС в скважине. Цифры на кривых: 1 – нормальный потенциал U^0, 2 – аномальный потенциал U_a, связанный с влиянием электропроводности пласта, 3 – суммарный потенциал U [41]

2.3. Поправочный коэффициент для определения величины адсорбционного потенциала

Одной из задач метода ПС является переход от значений электрического потенциала ПС, измеряемого на оси скважины напротив середины пласта-коллектора (обычно это песчаники с высокой пористостью), к истинной величине адсорбционного потенциала пород пласта, которая более тесно связано с фильтрационно-емкостными характеристиками – проницаемостью и пористостью коллекторов.

Переход осуществляется путем введения в измеренный потенциал поправочного коэффициента за влияние диаметра скважины, мощности пластов, диаметра зоны проникновения фильтрата промывочной жидкости в пласт, удельного сопротивления пласта, промывочной жидкости и вмещающих пород при помощи палеток Шлюмберже [15, 32, 49].

Недостатками палеточного метода являются высокая трудоемкость, низкая технологичность и несовершенный учет различия в свойствах подстилающих и перекрывающих пород.

Если правую и левую части выражения для электрического потенциала в неоднородной среде разделить на величину адсорбционного потенциала глин $U_{АДС}^{Г}$, соответствующую перекрывающему пласту в модели из трех пластов, то получим поправку $v_{изм}$, позволяющую определить значение адсорбционного потенциала для пласта $U_{АДС}$ [41]. Для этого необходимо умножить минимум измеренной кривой ПС или значение ПС против середины данного пласта $U_{ПЛ}$ на поправку.

$$U_{АДС} = U_{ПЛ} \cdot v_{изм} . \qquad (2.16)$$

Но вследствие разных факторов (в нашем случае сопротивления) потенциал глин, который снимаем с каротажной диаграммы, может просто не выйти на уровень $U_{АДС}^{Г}$ (произойдет дрейф или смещение нуля), в результате этого также

может сместиться потенциал $U_{ПЛ}$ измеряемого пласта, т.е. исправленное значение потенциала напротив середины измеряемого пласта необходимо ввести следующим образом [31]:

$$U_{ПЛ} = U_{ПЛ} + \frac{U_{АДС}^{ГПОК} + U_{АДС}^{ГПОД}}{2} - \frac{U^{ГПОК} + U^{ГПОД}}{2}, \qquad (2.17)$$

где $U^{ГПОК}, U^{ГПОД}$ – значения потенциалов, измеренные напротив середины покрывающего и подстилающего пластов, $U_{АДС}^{ГПОК}, U_{АДС}^{ГПОД}$ – адсорбционный потенциал покрывающего и подстилающего пластов.

Исходные данные основываются на совокупности геолого-геофизических параметров, получаемых как методом ПС, так и с помощью других методов каротажа скважин. Такими данными являются: диаметр скважины (по результатам метода кавернометрии), диаметр и удельное электрическое сопротивление (УЭС) зоны проникновения пласта (по данным методов высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ) и бокового каротажного зондирования (БКЗ)), УЭС промывочной жидкости (по данным резистивиметрии), УЭС пласта, УЭС покрывающих и подстилающих пород (по данным методов ВИКИЗ, БКЗ и кажущегося сопротивления (КС)).

Для перехода от значений измеренного электрического потенциала ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород создана электронная палетка вычисления поправочного коэффициента (программный комплекс «Paletka_PS»).

Программный комплекс «Paletka_PS» на основе физико-геометрических параметров среды, определяемых по данным материалов комплекса методов каротажа, и результатов измерения потенциала спонтанной поляризации в геологоразведочной скважине, определяет величину поправочного коэффициента $v_{изм}$ и рассчитывает исправленное значение величины адсорбционного потенциала пласта.

Значения поправочного коэффициента $v_{изм}$ хранятся в виде матрицы числовых значений с размерностью 9, образованной 11 параметрами:

h/d_c, $d_{ЗП}/d_c$, $\rho_{ПОК}/\rho_C$, $\rho_{ПЛ}/\rho_C$, $\rho_{ПОД}/\rho_C$, $\rho_{ЗП}/\rho_C$, $U_{ПОД}/U_{ПОК}$, $U_{ПЛ}/U_{ПОК}$, $v_{изм}$,

где h – мощность пласта, м; d_c, $d_{ЗП}$ – диаметры скважины и зоны проникновения, м; $\rho_{ПОК}$, $\rho_{ПЛ}$, $\rho_{ПОД}$, $\rho_{ЗП}$, ρ_C – удельные сопротивления покрывающего, продуктивного, подстилающего пластов, зоны проникновения и промывочной жидкости, Ом·м; $U_{ПОД}$, $U_{ПОК}$, $U_{ПЛ}$ – потенциалы подстилающего, покрывающего и продуктивного пластов, мВ [31].

Расчет поправки построен на основе многомерной интерполяционной формулы Лагранжа [11]

$$v_{изм} = \prod_{j=1}^{m}\left[v_1^j \cdot \frac{\left(x^j - x_2^j\right)\cdot\left(x^j - x_3^j\right)\cdot\ldots\cdot\left(x^j - x_n^j\right)}{\left(x_1^j - x_2^j\right)\cdot\left(x_1^j - x_3^j\right)\cdot\ldots\cdot\left(x_1^j - x_n^j\right)} + \right.$$
$$+ v_2^j \cdot \frac{\left(x^j - x_1^j\right)\cdot\left(x^j - x_3^j\right)\cdot\ldots\cdot\left(x^j - x_n^j\right)}{\left(x_2^j - x_1^j\right)\cdot\left(x_2^j - x_3^j\right)\cdot\ldots\cdot\left(x_2^j - x_n^j\right)} + \ldots + \qquad (2.18)$$
$$\left. + v_n^j \cdot \frac{\left(x^j - x_1^j\right)\cdot\left(x^j - x_2^j\right)\cdot\ldots\cdot\left(x^j - x_{n-1}^j\right)}{\left(x_n^j - x_1^j\right)\cdot\left(x_n^j - x_2^j\right)\cdot\ldots\cdot\left(x_n^j - x_{n-1}^j\right)}\right] \quad при \quad i \geq 2,$$

где j – фактор, $j = \overline{1,m}$; i – количество значений для каждого фактора, $i = \overline{1,n(j)}$; $n(j)$ – количество значений по каждому фактору; x_i^j - значения для каждого фактора; x^j – интерполирующая величина по каждому фактору.

При $i = 2$ получим (как частный случай) [11]:

$$v_{изм} = \prod_{j=1}^{m}\left[v_1^j \cdot \frac{\left(x^j - x_2^j\right)}{\left(x_1^j - x_2^j\right)} + \ldots + v_2^j \cdot \frac{\left(x^j - x_1^j\right)}{\left(x_2^j - x_1^j\right)}\right]. \qquad (2.19)$$

Вместо x_i^j и x^j могут выступать однозначные функции на конечных или бесконечных интервалах, например экспоненциальные или логарифмические.

2.4. Электрический потенциал течения

Эффект возникновения электрического поля при протекании жидкости в 1859 году обнаружил Георг Квинке, профессор Берлинского университета [5, 57]. В его опытах при протекании жидкости через пористую диафрагму появлялась разность потенциалов между двумя электродами, помещенными по разным сторонам диафрагмы. Явление получило название потенциала течения. Квинке предположил, что поверхность твердого тела заряжается одним знаком, а прилегающий слой жидкости – другим. Эта схема помогала объяснить относительное движение жидкости и частиц твердой фазы под действием тока, а также появление потенциала при протекании жидкости через пористую диафрагму.

В геологоразведочных скважинах электрическое поле фильтрации создается течением флюида из проницаемых пластов пород в скважину при положительном дебите, возникающем за счет превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением [15, 46].

Фильтрационный потенциал можно оценить формулой Гельмгольца, которая характеризует связь между избыточным давлением (гидродинамическое поле) и возникающем электрическим полем [72]

$$\Delta U_F = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \varsigma}{\mu \cdot \sigma} \Delta P = L \cdot \Delta P, \qquad (2.20)$$

где ΔU_F – скачок фильтрационного потенциала, В; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м; ε – относительная диэлектрическая проницаемость; ς – дзета-потенциал, В; $\mu \approx 10^{-3}$ – динамическая вязкость флюида (воды), Па·с; σ – удельная электропроводность пласта, См/м; ΔP – избыточное давление пласта, Па, L – коэффициент потенциала течения, В/Па.

Рассмотрим модель (рис. 2.1) покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта с неизменной частью (ПЛ) и зоной проникновения (ЗП), а также промывочной жидкостью (ПЖ) в скважине. В общем случае это пачка неоднородных по физическим свойствам пластов различной мощности, пе-

ресеченных скважиной. Скважину можно рассматривать как бесконечный цилиндр постоянного радиуса.

Аномальный потенциал U_a, входящий в (2.10), может быть обусловлен не только перераспределением токов на электрических неоднородностях среды, но и избыточными плотностями токов сторонней природы неэлектрического происхождения (токами конвекции, диффузии и т.п., в зависимости от происхождения), который можно представить выражением [39]

$$U_a = \frac{1}{4\pi}\int_V \mathbf{F}\,\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}dV = \frac{1}{4\pi}\int_V \left[\frac{\mathbf{i_c} - \mathbf{i_{c0}}}{\sigma_0}\right]\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}dV\ , \qquad (2.21)$$

где **F** – вектор поляризации, В/м; $\mathbf{i_c}$ и $\mathbf{i_{c0}}$ – плотности сторонних токов, соответственно в объеме V и во вмещающей среде, А/м^2; σ_0 – удельная электропроводность вмещающей среды, См/м; $R = \left|r_i - r_j\right|$.

Рассмотрим токи, возникающие при течении флюидов под действием избыточного давления. Плотности сторонних токов связаны с градиентами давления P соотношениями [45]

$$\mathbf{i_c} = \sigma L\mathbf{grad}P \quad \text{и} \quad \mathbf{i_{c0}} = \sigma_0 L_0 \mathbf{grad}P_0,$$

где σ – удельная электропроводность объема V, См/м; P и P_0 – давление в объеме V и во вмещающей среде, Па; L и L_0 – коэффициенты потенциала течения, в объеме V и во вмещающей среде, В/Па.

Выражение для вектора поляризации **F** определим с помощью закона Дарси [60]

$$\boldsymbol{v} = -\frac{c}{\mu}\mathbf{grad}\,P \qquad (2.22)$$

($\boldsymbol{v}$ – скорость течения Дарси, м/с; c – гидравлическая проницаемость, м^2; μ – динамическая вязкость флюида, Па·с) и условия непрерывности нормальной к поверхности объема составляющей скорости v_n и v_{0n} течения Дарси

$$v_{0n} = -\frac{c_0}{\mu}\frac{\partial P_0}{\partial n} = -\frac{c}{\mu}\frac{\partial P}{\partial n} = v_n,$$

где c и c_0 – гидравлические проницаемости неоднородного объема и среды, м^2.

После преобразований получим вектор поляризации вида

$$\mathbf{F} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - L_0 \frac{c}{c_0} \right) \mathbf{grad}\, P,$$

подставляя который в (2.21), получим выражение для аномального потенциала токов течения [42]

$$U_a = \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) \mathbf{grad_M}\, P \right] \mathbf{grad_M} \frac{1}{R}\, dV.$$

Добавляя к аномальному потенциалу токов течения аномальный потенциал (2.10), учитывающий влияние электрических неоднородностей, а также потенциал источника давления в однородной среде (нормальный потенциал или потенциал источника давления в однородной среде U^0) получим суммарный потенциал (потенциал течения) вида [39]

$$U_F = U^0 + \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) \mathbf{grad_M}\, P \right] \mathbf{grad_M} \frac{1}{R}\, dV, \qquad (2.23)$$

$$U^0 = -L_0 \cdot P_0. \qquad (2.24)$$

где P_0 – давление, развиваемое источником флюида в однородной вмещающей среде с проницаемостью c_0, Па.

Величину напряженности электрического поля $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}\, U$ для точек объема V можно определить из решения интегрального уравнения, учитывающего аномальные плотности токов [39, 41]

$$\mathbf{E} = \mathbf{E^0} - \frac{1}{4\pi} \mathbf{grad_A} \int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \mathbf{E} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - L_0 \frac{c}{c_0} \right) \mathbf{grad_M}\, P \right] \mathbf{grad_M} \frac{1}{R}\, dV, \qquad (2.25)$$

где нормальное электрическое поле $\mathbf{E^0}$ обусловлено источником давления в однородной среде:

$$\mathbf{E^0} = L_0 \cdot \mathbf{grad}\, P_0. \qquad (2.26)$$

Коэффициенты потенциалов течения L и L_0 определяются фильтрационно-емкостными характеристиками пород и могут быть определены эксперименталь-

но [17].

Формулы для расчета напряженности электрического поля и потенциала течения (фильтрационного потенциала) для цилиндрической симметрии среды можно представить в следующем виде [28,41]:

$$\begin{cases} E_\rho = E_\rho^0 + \int\limits_V \left[\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \left(E_\rho G_{\rho\rho 0} + E_z G_{\rho z 0} \right) + \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} L - \dfrac{c}{c_0} L_0 \right) \left(grad_\rho P \cdot G_{\rho\rho 0} + \right. \right. \\ \qquad \left. \left. + grad_z P \cdot G_{\rho z 0} \right) \right] dV, \\ E_z = E_z^0 + \int\limits_V \left[\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \left(E_\rho G_{z\rho 0} + E_z G_{zz 0} \right) + \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} L - \dfrac{c}{c_0} L_0 \right) \left(grad_\rho P \cdot G_{z\rho 0} + \right. \right. \\ \qquad \left. \left. + grad_z P \cdot G_{zz 0} \right) \right] dV. \end{cases} \tag{2.27}$$

$$U_F = U^0 + \int\limits_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \left(E_\rho G_{\rho 0} + E_z G_{z_0} \right) + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} L - \frac{c}{c_0} L_0 \right) \left(grad_\rho P \cdot G_{\rho 0} + grad_z P \cdot G_{z_0} \right) \right] dV, \tag{2.28}$$

где E_ρ, E_z – составляющие ρ и z напряженности электрического поля, E_ρ^0, E_z^0 – нормальные составляющие ρ и z напряженности электрического поля, $grad_\rho P$, $grad_z P$ – составляющие ρ и z градиента давления, $G_{\rho\rho 0}$ $G_{\rho z 0}$ $G_{z\rho 0}$ $G_{zz 0}$ – компоненты тензорной функции Грина, $G_{\rho 0}, G_{z_0}$ – компоненты векторной функции Грина.

Для расчетов напряженности электрического поля течения, согласно уравнению (2.25), необходимо предварительно решить задачу определения градиента давления P внутри объема V, неоднородного по проницаемости.

Из уравнения непрерывности плотности потока для ламинарного течения Дарси при условии несжимаемости флюида $div\,\mathbf{q} = 0$, следует, что в неоднородной по проницаемости среде $c = c_0 + \Delta c$ градиент давления удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta P = -\mathrm{div}\left[\frac{c - c_0}{c_0} \mathbf{grad}\, P + \frac{\mathbf{q_c}}{c_0} \right],$$

решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [69]. Считая, что нормальное давление P_0 создается источником сторонней плотности

потока $\mathbf{q_C}$ в однородной среде, после преобразований получим интегральную формулу для расчета давления [41]

$$P = P_0 - \frac{1}{4\pi}\int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1\right)\mathbf{grad_M}\, P\, \mathbf{grad_M}\, \frac{1}{R}\, dV$$

Градиент давления P в неоднородной по проницаемости среде описывается интегральным уравнением, подобным уравнению (2.11) [39, 41].

$$\mathbf{grad_A}\, P = \mathbf{grad_A}\, P_0 - \frac{1}{4\pi}\mathbf{grad_A}\int_V \left[\left(\frac{c}{c_0} - 1\right)\mathbf{grad_M}\, P\right]\mathbf{grad_M}\, \frac{1}{R}\, dV\,. \quad (2.29)$$

В случае переслаивания безграничных по простиранию пластов различной проницаемости под объемом V следует понимать сумму объемов с размерами по латерали, достаточными для вычисления поля на оси скважины. Конструкция источника давления определяется характером перетоков между пластами.

Формулы для расчета градиента давления для цилиндрической симметрии среды можно представить в следующем виде [28,41]:

$$\begin{cases} grad_\rho P = grad_\rho P_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1\right)\left(grad_\rho P \cdot G_{\rho\rho_0} + grad_z P \cdot G_{\rho z_0}\right) dV, \\ grad_z P = grad_z P_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1\right)\left(grad_\rho P \cdot G_{z\rho_0} + grad_z P \cdot G_{zz_0}\right) dV, \end{cases} \quad (2.30)$$

где $grad_\rho P$, $grad_z P$ – составляющие ρ и z градиента давления, $grad_\rho P_0$, $grad_z P_0$ – нормальные составляющие ρ и z градиента давления.

Рассмотрим модель пласта-коллектора мощностью h, ограниченного непроницаемыми пластами. Для скважины радиуса r_c радиальную составляющую скорости течения v_r, когда зависимость от вертикальной координаты отсутствует, для стационарного режима фильтрации можно определить по дебиту скважины Q, м^3/с, как [58]

$$v_r = \frac{Q}{2\pi\, r_c h}. \quad (2.31)$$

Тогда, переходя к градиенту давления P_0 по закону Дарси (2.22), определим

градиенты давления P из решения интегрального уравнения (2.31), затем определим напряженность электрического поля фильтрации **E** из решения интегрального уравнения (2.25) и с помощью выражения (2.23) рассчитаем потенциал, создаваемый течением флюида в среде неоднородной по электрическим и гидродинамическим свойствам.

Полученная последовательность решения двух векторных объемных интегральных уравнений является строгой и учитывает парный физический эффект потенциальных полей.

Для изучения аномального потенциала, вызванного только фильтрацией флюида, решение можно существенно упростить, положив всю среду однородной по электропроводности ($\sigma = \sigma_0$) и градиенты давления P, определенные из решения уравнения (2.25), подставить в формулу для расчета аномального потенциала фильтрации (2.23).

Алгоритмы расчетов потенциальных полей в трехмерно-неоднородных средах для парных и перекрестных эффектов полей рассмотрены в работе [60].

Согласно рис. 2.3, где τ_i - адсорбционный потенциал пластов, мВ; $\boldsymbol{v}_i$ – скорости течения Дарси, м/с; при отрицательном потенциале твердой фазы флюид заряжен положительно, дзета-потенциал отрицателен, потенциал фильтрации имеет отрицательный знак со стороны избыточного давления. Величина фильтрационных потенциалов обычно мала и оказывает влияние на кривую ПС, когда электропроводность пласта мала $\sigma \leq 1$ См/м [41].

Потенциалы фильтрации возникают против различных литологических разностей. При этом против проницаемых пластов в большинстве случаев наблюдается увеличение отрицательной аномалии ПС.

Значение адсорбционного потенциала внутри каждого пласта-коллектора остается всюду постоянным. Находясь между двумя глинистыми пластами, он отмечается глубоким минимумом величины потенциала ПС. При фильтрации флюида из пласта в скважину в модели слева (рис. 2.3) потенциал фильтрации со стороны пласта выше. В модели справа (рис. 2.3) фильтрат вытесняется буровым раствором. При фильтрации из скважины в пласт потенциал напротив проницае-

мого пласта понижается, а после образования глинистой корки процесс фильтрации приостанавливается или прекращается совсем.

В любом случае притока фильтрата или поглощения бурового раствора следует учитывать фильтрационные потенциалы, создаваемые средним пластом [41].

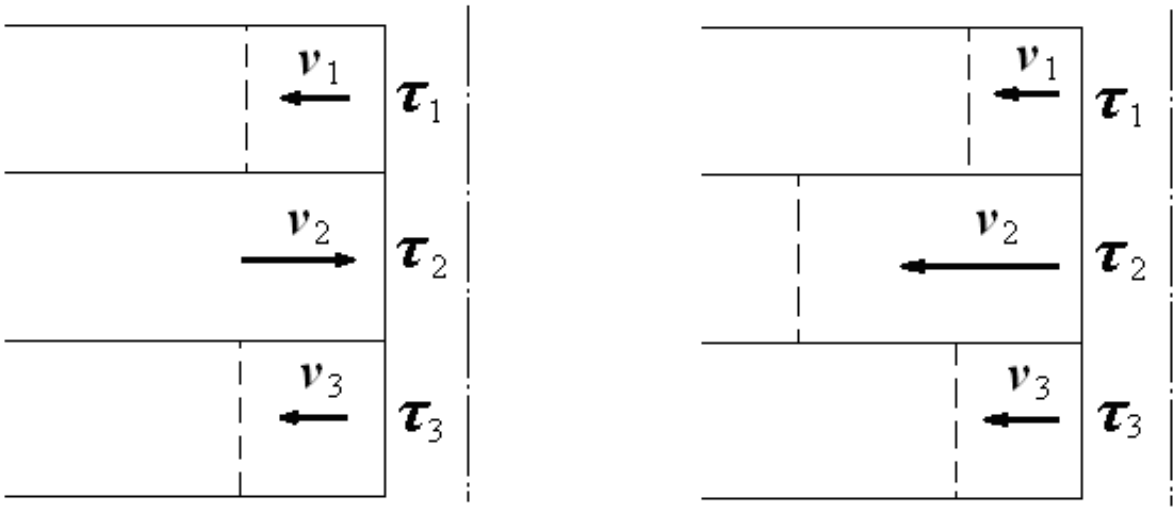

Рис.2.3. Модель скважины с проницаемыми пластами,
слева – с продуктивным пластом, справа – с поглощающим пластом [28, 41]

В среде с отрицательным потенциалом твердой фазы и отрицательным дзета-потенциалом напротив продуктивного пласта будет наблюдаться максимум потенциала фильтрационного происхождения, напротив поглощающего – минимум, максимум фильтрационного потенциала парируется понижением адсорбционного потенциала. Таким образом, при алгебраическом сложении потенциалов адсорбционного и фильтрационного происхождения аномалия напротив продуктивного пласта усиливается.

Неустановившийся режим фильтрации.

Скорость фильтрации (течения Дарси) в ограниченном проницаемом пласте при неустановившимся режиме может быть определена из уравнения для напора H при нестационарной двумерной фильтрации, когда зависимость от вертикальной координаты отсутствует. При осевой симметрии в полярных координатах [41, 58]

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{a}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right), \qquad a=\frac{k_ф}{k_n\rho\cdot g\beta_ж}, \tag{2.32}$$

где H – напор, м; t – время, с; a – пьезопроводность, м^2/с; r – произвольный радиус, м; k_n – коэффициент пористости; ρ – плотность флюида, кг/м^3; $g\approx 9{,}81$ – ускорение свободного падения, м/с^2; $\beta_ж$ – коэффициент сжимаемости флюида, имеющий порядок 10^{-9} Па$^{-1}$; $k_ф$ – коэффициент фильтрации, м/с.

При коэффициенте сжимаемости флюида, отличном от нуля $\beta_ж\neq 0$, уравнение имеет известное решение [41, 58]:

$$H(t)=H_0-\frac{Q}{4\pi\cdot k_ф h}\int\limits_{\frac{r^2}{4at}}^{\infty}\frac{e^{-x}}{x}dx, \tag{2.33}$$

где H_0 – стационарная величина напора (высота столба жидкости в скважине, уравновешивающая пластовое давление), м; Q – дебит притока пластового флюида или поглощения бурового раствора (минус – приток, плюс – поглощение), м^3/с; h – мощность пласта, м.

Согласно закону Дарси, $\boldsymbol{v}=-k_ф\cdot\mathbf{grad}H(t)$, поэтому [28, 41, 58]

$$v_r=-k_ф\frac{\partial H}{\partial r}=\frac{Q}{2\pi\cdot r\cdot h}e^{-\frac{r^2}{4at}}. \tag{2.34}$$

При $r=r_c$ формула примет вид:

$$v_r=\frac{Q}{2\pi\cdot r_c\cdot h}e^{-\frac{r_c^2}{4at}}=\frac{Q_0}{2\pi\cdot r_c\cdot h}, \tag{2.35}$$

где r_c – радиус скважины, м.

Очевидно, для скважины при $t=0$ дебит $Q_0=0$ и изменяется до $Q_0=Q$ при $t=\infty$. Но данное изменение столь стремительно, что дебит скважины можно считать $Q_0=Q$ уже при $t=2$ секунды.

2.5. Электрический потенциал диффузии

Неотъемлемой частью измеряемого в геологоразведочных скважинах электрического потенциала ПС является диффузионный потенциал. Его появление связано с различной концентрацией растворенных солей в промывочной жидкости скважины и пористых пластах, что приводит после проходки скважин к возникновению неравновесного состояния и началу процесса диффузии.

Величина скачка диффузионного потенциала ΔU_D на границе сред с различной концентрацией вещества или электролита описывается формулой В.Нернста [32, 63, 64]

$$\Delta U_D = \frac{RT}{zF} \cdot \frac{u_k - u_a}{u_k + u_a} \ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right), \tag{2.36}$$

где R – универсальная газовая постоянная, $R = 8{,}314$ Дж/(моль·°К); T – абсолютная температура, °К; z – валентность анионов; F – число Фарадея, $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль; C_1, C_2 – концентрации электролита в средах; u_k, u_a – подвижности катионов и анионов.

Формула В.Нернста справедлива для слабых растворов одной и той же соли. Пластовые флюиды обычно слабо минерализованы, но содержат ионы различных солей. Для удобства теоретических исследований их концентрации приводят к одному составу, эквивалентному $NaCl$ с учетом валентности ионов.

Переходя к напряженности электрического поля диффузии

$$\mathrm{E}_{\mathbf{c}} = \Delta n \frac{RT}{zF} \mathbf{grad}\left[\ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right)\right],$$

откуда для плотности стороннего тока получим

$$\mathbf{i_c} = \sigma \cdot \mathbf{E_c} = \sigma \cdot \Delta n \frac{RT}{zF} \cdot \mathbf{grad}\left[\mathbf{ln}\left(\frac{C_1}{C_2}\right)\right],$$

где $\mathbf{E_c}$ – напряженность электрического поля диффузии, В/м; Δn – разность чисел переноса анионов и катионов; $\mathbf{i_c}$ – плотность стороннего тока диффузии, А/м^2; σ

– удельная электропроводность электролита в порах горной породы, См/м.

При равенстве нулю числа переноса аниона или катиона, считая, что удельные электропроводности растворов пропорциональны различным концентрациям вещества, выражение для скачка диффузионного потенциала можно упростить [32]:

$$\Delta U_D \approx \frac{RT}{zF}\ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = K_{ДА}\lg\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right), \tag{2.37}$$

где $K_{ДА}$ – коэффициент диффузионной активности; σ_1, σ_2 – удельные электропроводности электролита в средах, См/м.

Выразим в формуле (2.33) отношение концентраций анионов и катионов через разность чисел переноса ионов. Согласно [72], отношение удельных электропроводностей электролитов пропорционально

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\mu_k + \overline{\mu}_a}{2} = \mu_a, \tag{2.38}$$

где μ_a, μ_k – коэффициенты концентрации анионов и катионов; $\overline{\mu}_a$ – коэффициент концентрации анионов, с учетом зарядов плотной части двойного электрического слоя.

Отсюда получим формулу связи между разностью чисел переноса Δn и отношениями концентраций C_a/C_k [20]:

$$n_a = \frac{\overline{\mu}_a}{\mu_k + \overline{\mu}_a} = \frac{2\mu_a - \mu_k}{2\mu_a};\ n_k = \frac{\mu_k}{\mu_k + \overline{\mu}_a} = \frac{\mu_k}{2\mu_a};$$

$$\Delta n = n_a - n_k = \frac{\overline{\mu}_a - \mu_k}{\mu_k + \overline{\mu}_a} = \frac{\mu_a - \mu_k}{\mu_a} = 1 - \frac{\mu_k}{\mu_a};$$

$$\frac{C_a}{C_k} = \frac{1 + \Delta n}{1 - \Delta n} \text{ при } \Delta n \in (-1;\ 1) \tag{2.39}$$

где n_a, n_k – числа переноса анионов и катионов, соответственно.

Тогда формула для скачка диффузионного потенциала примет вид [20]:

$$\Delta U_D \approx \Delta n \frac{RT}{zF}\ln\left(\frac{1 + \Delta n}{1 - \Delta n}\right) \quad \text{при } \Delta n \in (-1;\ 1). \tag{2.40}$$

В таблице 2.1 приведены величины скачка диффузионного потенциала при

значениях разности чисел переноса $\Delta n \in [0;\, 0{,}99]$ [20].

Выражение (2.37) можно использовать для оценки величины электрического потенциала на оси скважины, пересекающей пласты, обладающие различным диффузионным потенциалом, без учета электрических неоднородностей и различной пористости среды.

Таблица 2.1

Диффузионный потенциал для единичной валентности анионов [20]

Разность чисел переноса	**Скачок диффузионного потенциала (мВ)**
0	0
0,1	0,51
0,2	2,05
0,3	4,69
0,4	8,56
0,5	13,88
0,6	21,01
0,7	30,67
0,8	44,4
0,9	66,94
0,99	132,38

Для расчета потенциала на оси скважины диаметром d_c, создаваемого сторонним электрическим полем в виде скачков диффузионных потенциалов ΔU_D, возникающих на границах сред с цилиндрической и плоской формами поверхностей, воспользуемся формулой для потенциала, выражаемого через телесный угол [20]:

$$U_D = \frac{1}{4\pi}\int_V \mathbf{E}_{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{r}}{r^3} dV = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\Delta U_D}{r^2} dS = \frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{N} \Delta U_D^i \Omega_i ,$$

$$U_D = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Delta U_D^i\left(1-\frac{H_i}{\sqrt{d_c^2/4+H_i^2}}\right), \qquad (2.41)$$

где $i=\overline{1,N}$ – количество поверхностей, разграничивающие различные среды с различной концентрацией вещества; Ω_i – телесные углы, разграничивающие различные среды; d_c – диаметр скважины, м; H_i – мощность пластов, м.

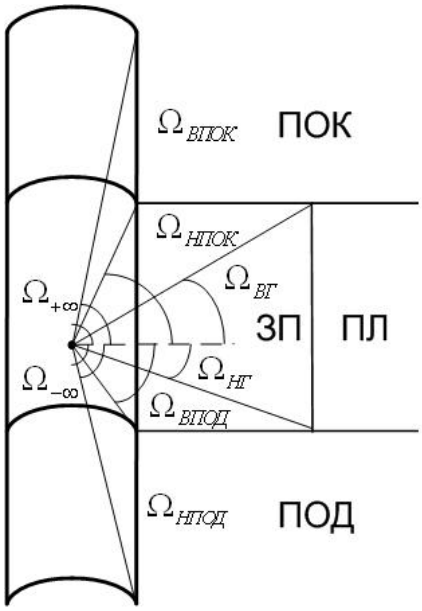

Рис. 2.4. Модель покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта (ПЛ) и зоны проникновения (ЗП) [20]

Расчет диффузионного потенциала на оси скважины по формуле (2.41) справедлив для модели среды, представленной на рис. 2.4.

Слагаемые, входящие в расчетную формулу для потенциала (2.41), имеют вид [20]:

– напротив продуктивного пласта U_1:

$$U_1 = \frac{\Delta U_{ПОК}}{4\pi}\left(\Omega_{ВГ}-\Omega_{ВПОК}\right)+\frac{\Delta U_{ПЛ}}{4\pi}\left(4\pi-\Omega_{ВГ}-\Omega_{НГ}\right)+\frac{\Delta U_{ПОД}}{4\pi}\left(\Omega_{НГ}-\Omega_{НПОД}\right);$$

– напротив покрывающего пласта U_2:

при $\Omega_{НГ} \le \Omega_{НПОК}$

$$U_2 = \frac{\Delta U_{ПОК}}{4\pi}\left(4\pi - \Omega_{ВПОК} - \Omega_{НПОК}\right) + \frac{\Delta U_{ПЛ}}{4\pi}\left(\Omega_{НПОК} - \Omega_{НГ}\right) + \frac{\Delta U_{ПОД}}{4\pi}\left(\Omega_{НГ} - \Omega_{НПОД}\right);$$

при $\Omega_{НГ} > \Omega_{НПОК}$

$$U_2 = \frac{\Delta U_{ПОК}}{4\pi}\left(4\pi - \Omega_{ВПОК} - \Omega_{НПОК}\right) + \frac{\Delta U_{ПОД}}{4\pi}\left(\Omega_{НГ} - \Omega_{НПОД}\right);$$

– напротив подстилающего пласта U_3:

при $\Omega_{ВГ} \le \Omega_{ВПОД}$

$$U_3 = \frac{\Delta U_{ПОК}}{4\pi}\left(\Omega_{ВГ} - \Omega_{ВПОК}\right) + \frac{\Delta U_{ПЛ}}{4\pi}\left(\Omega_{ВПОД} - \Omega_{ВГ}\right) + \frac{\Delta U_{ПОД}}{4\pi}\left(4\pi - \Omega_{НПОД} - \Omega_{ВПОД}\right);$$

при $\Omega_{ВГ} > \Omega_{ВПОД}$

$$U_3 = \frac{\Delta U_{ПОК}}{4\pi}\left(\Omega_{ВПОД} - \Omega_{ВПОК}\right) + \frac{\Delta U_{ПОД}}{4\pi}\left(4\pi - \Omega_{НПОД} - \Omega_{ВПОК}\right),$$

где $\Omega_{ВПОК}$, $\Omega_{НПОК}$, $\Omega_{ВГ}$, $\Omega_{НГ}$, $\Omega_{ВПОД}$, $\Omega_{НПОД}$, $\Omega_{+\infty}$, $\Omega_{-\infty}$ – телесные углы (рис.2.4); $\Delta U_{ПОК}$, $\Delta U_{ПОД}$, $\Delta U_{ПЛ}$ – скачки диффузионного потенциала покрывающего, подстилающего и продуктивного пластов, *В*.

Если подстилающий и покрывающий пласты считать безграничными, то можно заменить $\Omega_{ВПОД}$ и $\Omega_{НПОД}$ на $\Omega_{+\infty}$ и $\Omega_{-\infty}$.

Согласно другому описанию сторонняя напряженность диффузии первоначально существует в тонком пограничном слое. По мере восстановления фильтрата пласта мощность диффузионной зоны уменьшается, а напряженность в ней растет из-за увеличения градиента концентрации. Если изначально граница неизмененного пласта отодвинута достаточно далеко, градиент концентрации приблизится к нулю, но с течением времени градиент концентрации увеличивается [24].

Диффузионный потенциал положительный без учета конвективного переноса, он накладывается на аномалию в кривой ПС, чем затрудняет точное определение адсорбционного потенциала и приводит к увеличению истинного значения потенциала продуктивного пласта.

Определим искажения стационарного потока диффундирующего растворенного вещества, вызванные неоднородной пористостью среды.

Рассмотрим модель (рис. 2.1) покрывающих (ПОК) и подстилающих (ПОД) пород, продуктивного пласта с неизменной частью (ПЛ) и зоной проникновения (ЗП), а также промывочной жидкостью (ПЖ) в скважине. В общем случае это пачка неоднородных по коэффициенту пористости пластов различной мощности, пересеченных скважиной.

Плотность потока вещества удовлетворяет закону Фика [72]:

$$\mathbf{q} = -k_n D\,\mathbf{grad}\,C\,, \tag{2.42}$$

где $\mathbf{q}$ – плотность потока, кг-экв/м^2; k_n – коэффициент пористости среды; D – коэффициент диффузии, м^2/с; C – концентрация растворенного вещества, кг-экв·м$^{-3}$.

В пористой среде нейтральность раствора нарушена, что изменяет подвижности аниона и катиона, а также коэффициент диффузии электролита. Коэффициент диффузии D в порах зависит от их формы и размера, не связан линейно с коэффициентом пористости и в общем случае является функцией координат, не зависящей от распределения пористости [5, 63].

Отношение концентрации электролита в порах к концентрации электролита в свободном растворе, равновесном с пористой средой, и коэффициента диффузии в порах к коэффициенту диффузии в растворителе мало отличаются от единицы, за исключением случая ультра- и микропор, просвет которых соизмерим с толщиной двойного слоя. Поэтому при решении диффузионной задачи будем считать коэффициент диффузии D всюду постоянным, а концентрацию непрерывной, тогда исходя из уравнения непрерывности нормальной составляющей плотности потока вещества на границе сред с различной пористостью [39, 41]:

$$k_{n0}\frac{\partial C_0}{\partial n} = k_n\frac{\partial C}{\partial n}\,,$$

составляющая вектора поляризации по нормали к границе раздела сред равна

$$F_n = \frac{\partial C}{\partial n} - \frac{\partial C_0}{\partial n} = \left(1 - \frac{k_{n0}}{k_n}\right)\frac{\partial C}{\partial n}\,,$$

откуда весь вектор поляризации $\mathbf{F}$ равен

$$\mathbf{F} = \left(1 - \frac{k_n}{k_{n0}}\right)\mathbf{grad}\,C\,, \tag{2.43}$$

где k_{n0} – коэффициент пористости однородной среды.

Из уравнения непрерывности плотности потока вещества $\operatorname{div}\mathbf{q}=0$, следует, что в неоднородной пористой среде $k_n = k_{n0} + \Delta k_n$ градиент концентрации удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta C = -\operatorname{div}\left[\frac{k_n - k_{n0}}{k_{n0}}\,\mathbf{grad}\,C + \frac{\mathbf{q_C}}{k_{n0}}\right],$$

решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [69].

Считая, что концентрация C_0 создается источником сторонней плотности потока $\mathbf{q_C}$ в однородной среде, после преобразований получим интегральную формулу для расчета концентрации [41]

$$C = C_0 - \frac{1}{4\pi}\int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1\right)\mathbf{grad_M}\,C\,\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV \qquad (2.44)$$

и интегральное уравнение для определения градиента концентрации внутри неоднородной среды [39]

$$\mathbf{grad_A}\,C = \mathbf{grad_A}\,C_0 - \frac{1}{4\pi}\mathbf{grad_A}\int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1\right)\mathbf{grad_M}\,C\,\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV, \qquad (2.45)$$

здесь C_0 – концентрация диффундирующего вещества в отсутствие неоднородности, кг-экв/м^3; индексы **A** и **M** означают дифференцирование по точкам наблюдений (**A**) или по точкам объема (**M**) неоднородной среды.

Формулы для расчета концентрации и ее градиента для цилиндрической симметрии можно представить в следующем виде:

$$C = C_0 + \int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1\right)\left(grad_\rho C \cdot G_{\rho 0} + grad_z C \cdot G_{z0}\right)\,dV, \qquad (2.46)$$

$$\begin{cases} grad_\rho C = grad_\rho C_0 + \int_V \left(\dfrac{c}{c_0} - 1\right)\left(grad_\rho C \cdot G_{\rho\rho_0} + grad_z C \cdot G_{\rho z_0}\right)dV, \\ grad_z C = grad_z C_0 + \int_V \left(\dfrac{c}{c_0} - 1\right)\left(grad_\rho C \cdot G_{z\rho_0} + grad_z C \cdot G_{zz_0}\right)dV, \end{cases} \qquad (2.47)$$

где $grad_\rho C$, $grad_z C$ – составляющие ρ и z градиента концентрации, $grad_\rho C_0$,

$grad_z C_0$ – нормальные составляющие ρ и z градиента концентрации.

Для вычисления электрического потенциала, создаваемого диффузией вещества, воспользуемся формулой для аномального потенциала, создаваемого аномальным сторонним током (2.11), где плотности сторонних токов в неоднородной и однородной среде связаны с диффузией вещества соотношениями [64]:

$$\mathbf{i_c} = k_n \beta\, \mathbf{grad}\, C, \quad \mathbf{i_{c0}} = k_{n0} \beta_0\, \mathbf{grad}\, C; \tag{2.48}$$

если $\beta = RT(u_a - u_к) = \frac{1}{2} z\, F\, D\left[1 - \Delta n^2\right]\Delta n$, где R = 8.314 – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·°К); F = 96485 – постоянная Фарадея, Кл·моль$^{-1}$; T – абсолютная температура, °К; $u_a - u_к$ – разность скоростей движения аниона и катиона в единичном электрическом поле, м^2/(В·с); z – валентность анионов; $D \approx 2 \cdot 10^{-9}$ – коэффициент диффузии для двух пористых сред, м^2/с; Δn – разность чисел переноса анионов и катионов.

Изменения β в пространстве вызваны изменением величины просвета между заряженными стенками пор и в данном случае это существенная сторона рассматриваемого явления.

Из решения интегрального уравнения для градиента концентрации (2.45) можно определить величины сторонних токов диффузии (2.48) и рассчитать диффузионный потенциал на оси скважины по формуле (2.21), которая примет вид [39, 41]:

$$U_D = U^0 + \frac{1}{4\pi\sigma_0} \int_V \left[k_n \beta - k_{n0} \beta_0\right] \mathbf{grad_M}\, C\, \mathbf{grad_M} \frac{1}{R} dV, \tag{2.49}$$

где U^0 – диффузионный потенциал в однородной пористой среде:

$$U^0 = -\frac{k_{n0} \beta_0 \cdot C_0}{\sigma_0}. \tag{2.50}$$

На рис.2.5 приведена система знаков для величин, определяющих значения диффузионного потенциала при положительном заряде твердой фазы. Из рис.2.5 следует, что в пласте, когда диффузионный поток направлен из пласта в скважину, напряженность электрического поля внутри пласта направлена от оси скважи-

ны, если твердая фаза заряжена положительно. Таким образом, направление напряженности в области диффузии совпадает с направлением напряженности в зоне скачка потенциала на границе зоны проникновения с неизмененной частью пласта. Это закономерно, поскольку упомянутый скачок является начальным условием для диффузионного процесса.

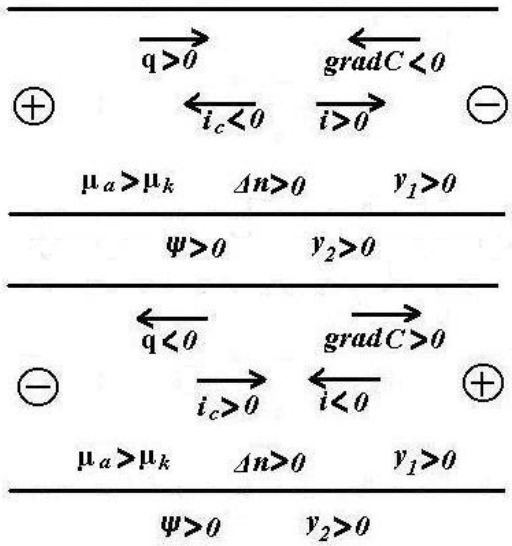

Рис. 2.5. Система знаков для величин, определяющих значения диффузионного потенциала при положительном заряде твердой фазы. В кружках – знаки объемного заряда, возникающего при диффузии электролита в пласте [30, 41]

Для неоднородной по электропроводности среды интегральная формула диффузионного потенциала и интегральное уравнение для напряженности электрического поля диффузии в пористой среде примут вид [30, 41]

$$U_D = U^0 + \frac{1}{4\pi}\int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\mathbf{E} + \frac{k_n(\beta - \beta_0)}{\sigma_0}\mathbf{grad_M}\, C\right]\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV\,. \qquad (2.51)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E^0} - \frac{1}{4\pi}\mathbf{grad_A}\int_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1\right)\mathbf{E} + \frac{k_n(\beta - \beta_0)}{\sigma_0}\mathbf{grad_M}\, C\right]\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV\,, \qquad (2.52)$$

где нормальное электрическое поле $\mathbf{E^0}$ в однородной по пористости среде

$$\mathbf{E^0} = \frac{k_{n0}\beta_0 \cdot \mathbf{grad}\, C_0}{\sigma_0}\,. \qquad (2.53)$$

Для расчета диффузионного потенциала (2.51) необходимо рассчитать напряженность электрического поля течения (2.52), предварительно рассчитав градиент концентрации C (2.45) внутри неоднородного объема V.

Формулы для расчета напряженности электрического поля и диффузионного потенциала для цилиндрической симметрии получат следующий вид [30,41]:

$$\begin{cases} E_\rho = E_\rho^0 + \int\limits_V \left[\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \left(E_\rho G_{\rho\rho 0} + E_z G_{\rho z 0} \right) + \dfrac{k_n (\beta - \beta_0)}{\sigma_0} \left(grad_\rho C \cdot G_{\rho\rho 0} + \right. \right. \\ \qquad \left. \left. + grad_z C \cdot G_{\rho z 0} \right) \right] dV, \\ E_z = E_z^0 + \int\limits_V \left[\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \left(E_\rho G_{z\rho 0} + E_z G_{zz 0} \right) + \dfrac{k_n (\beta - \beta_0)}{\sigma_0} \left(grad_\rho C \cdot G_{z\rho 0} + \right. \right. \\ \qquad \left. \left. + grad_z C \cdot G_{zz 0} \right) \right] dV, \end{cases} \tag{2.54}$$

$$U_D = U^0 + \int\limits_V \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} - 1 \right) \left(E_\rho G_{\rho 0} + E_z G_{z_0} \right) + \frac{k_n (\beta - \beta_0)}{\sigma_0} \left(grad_\rho C \cdot G_{\rho 0} + \right. \right. \\ \left. \left. + grad_z C \cdot G_{z_0} \right) \right] dV. \tag{2.55}$$

Еще более точным учетом диффузионного переноса вещества из пласта-коллектора в пространство скважины является учет увеличения минерализации фильтрата промывочной жидкости и уменьшение потенциала U вследствие уменьшения удельного сопротивления фильтрата промывочной жидкости.

Нестационарная диффузия.

При отсутствии конвекции именно диффузия приводит к установлению нового равновесного состояния во всем объеме среды. Этот процесс занимает длительное время и в чистом виде не наблюдается из-за влияния конвекции, однако квазиравновесное состояние диффузии устанавливается довольно быстро**.** В этом случае между объемом среды, где сохранилась еще первоначальная концентрация, и поверхностью пласта, вскрытой скважиной, устанавливается квазилинейный поток диффундирующего вещества, медленно изменяющийся со временем. Экспозицию, необходимую для установления квазиравновесного состояния, находят из уравнения нестационарной диффузии [24, 30].

Пусть в зоне проникновения сразу после прекращения бурения концентрация вещества понижена до величины концентрации вещества в промывочной жидкости $C_{пж}$. После прекращения бурения с течением времени происходит восстановление концентрации до величины концентрации вещества в пласте C_0. Процесс изменения концентрации в этом случае подчиняется одномерному уравнению нестационарной диффузии [4, 39]:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{1}{D}\frac{\partial C}{\partial t}, \tag{2.56}$$

где D – коэффициент диффузии, м^2/с; r – радиус, м; C – концентрация вещества, кг-экв/м^3; t – время, с.

Пусть в изолированном пласте начальное распределение концентрации принимает значения $C(r,0) = C_0$ при $r \geq b$ и $C(r,0) = C_{пж}$ при $r < b$, где b – радиус зоны проникновения. Тогда для уравнения диффузии в полярных координатах решение можно записать в виде [41]:

$$C(r,t) = C_0 + \frac{C_{пж} - C_0}{2Dt}\int_0^b exp\left[-\frac{r^2 + \xi^2}{4Dt}\right] \cdot I_0\left(\frac{r\,\xi}{2Dt}\right)\xi d\,\xi, \tag{2.57}$$

где D – коэффициент диффузии, м^2/с; r – радиус, м; b – радиус зоны проникновения, м; $C_{пж}$ – концентрация вещества в промывочной жидкости, кг-экв/м^3; C_0 – концентрация вещества в пласте, кг-экв/м^3; t – время, с; I_0 – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; ξ – переменная интегрирования.

Заменяя функцию Бесселя ее асимптотическим представлением $I_0(0) = 1$ [41], имеем на малых временах

$$C(r,t) = C_0 + \frac{C_0 - C_{пж}}{2}\left[erf\left(\frac{r-b}{2\sqrt{Dt}}\right) - erf\,\frac{r}{2\sqrt{Dt}}\right], \tag{2.58}$$

где $erf\,(x)$ – функция ошибки.

2.6. Диффузия при конвективном переносе вещества

При наличии конвекции диффундирующего вещества необходимо использовать уравнение неразрывности плотности потока при конвективной диффузии в пористой среде [4]

$$\mathrm{div}\left(-k_n D\,\mathrm{grad}C + \mathrm{q_c} + \boldsymbol{v}C\right) = 0,$$

где $\boldsymbol{v}$ – скорость течения Дарси для несжимаемой жидкости ($\mathrm{div}\,\boldsymbol{v} = 0$). Тогда в неоднородной пористой среде $k_n = k_{n0} + \Delta k_n$ градиент концентрации удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta C = -\mathrm{div}\left[\frac{k_n - k_{n0}}{k_{n0}}\,\mathbf{grad}\,C + \frac{\mathbf{q_C}}{k_{n0}} + \frac{\boldsymbol{v}C}{D}\right],$$

решение которого записывается в виде известного интеграла Пуассона [69]. Величина аномальной концентрации (2.44) имеет дополнительное слагаемое [30, 39]:

$$C_a = -\frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{v}\,\mathbf{grad_M}\,C - \boldsymbol{v_0}\,\mathbf{grad_M}\,C_0}{D}\,\frac{1}{R}\,dV\,.$$

Считая, что концентрация C_0 создается источником сторонней плотности потока $\mathbf{q_C}$ в однородной среде, после преобразований получим интегральную формулу для расчета концентрации [41]

$$C = C_0 - \frac{1}{4\pi}\int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1\right)\cdot \mathbf{grad_M}\,C \cdot \mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV + \\ + \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{v}\,\mathbf{grad_M}\,C - \boldsymbol{v_0}\,\mathbf{grad_M}\,C_0}{D}\,\frac{1}{R}\,dV. \tag{2.59}$$

где: $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{v_0}$ – скорости течения Дарси внутри неоднородности и в однородной среде, м/с.

Переходя к градиенту, получим интегральное уравнение внутри неоднородной среды вида [30, 39, 41]

$$\mathbf{grad_A}\,C = \mathbf{grad_A}\,C_0 - \frac{1}{4\pi}\mathbf{grad_A}\int_V \left(\frac{k_n}{k_{n0}} - 1\right)\cdot \mathbf{grad_M}\,C \cdot \mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV + \\ + \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\boldsymbol{v}\,\mathbf{grad_M}\,C - \boldsymbol{v_0}\,\mathbf{grad_M}\,C_0}{D}\,\mathbf{grad_M}\,\frac{1}{R}\,dV. \tag{2.60}$$

Определение скорости $\boldsymbol{v}$ внутри неоднородности и в однородной среде выполняется согласно закону Дарси (2.22) для чего предварительно необходимо предварительно решить уравнение для градиента давления P при течении Дарси (2.27) [30, 39].

Формулы для расчета концентрации и ее градиента при цилиндрической симметрии среды можно представить при учете конвективного переноса в следующем виде [30, 39, 41]:

$$\begin{aligned} C = C_0 &+ \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_\rho C \cdot G_{\rho 0} + grad_z C \cdot G_{z0} \right) dV + \\ &+ \int_V \frac{1}{D} \left(\left(v_\rho grad_\rho C - v_{0\rho} \cdot grad_\rho C_0 \right) + \left(v_z grad_z C - v_{0z} \cdot grad_z C_0 \right) \right) dV, \end{aligned} \tag{2.61}$$

$$\begin{cases} grad_\rho C = grad_\rho C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_\rho C \cdot G_{\rho\rho 0} + grad_z C \cdot G_{\rho z 0} \right) dV + \\ \qquad + \int_V \frac{1}{D} \left(\left(v_\rho grad_\rho C - v_{0\rho} \cdot grad_\rho C_0 \right) \cdot G_{\rho 0} + \left(v_z grad_z C - v_{0z} \cdot grad_z C_0 \right) \cdot G_{z_0} \right) dV, \\ grad_z C = grad_z C_0 + \int_V \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \left(grad_\rho C \cdot G_{z\rho 0} + grad_z C \cdot G_{zz_0} \right) dV + \\ \qquad + \int_V \frac{1}{D} \left(\left(v_\rho grad_\rho C - v_{0\rho} \cdot grad_\rho C_0 \right) \cdot G_{\rho 0} + \left(v_z grad_z C - v_{0z} \cdot grad_z C_0 \right) \cdot G_{z_0} \right) dV. \end{cases} \tag{2.62}$$

v_ρ, v_z – составляющие скорости течения Дарси в неоднородной и $v_{0\rho}$, v_{0z} – в однородной средах соответственно.

Парный эффект действия двух потенциальных полей – диффузии и дополнительного переноса вещества фильтрацией флюидов из проницаемых пластов в скважину обуславливает последовательность определения диффузионного потенциала на оси скважины (2.51) путем предварительного решения интегрального уравнения для градиента давления P (2.29), расчета скоростей течения Дарси внутри неоднородности и в однородной среде $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{v}_0$ по закону Дарси (2.22), решения второго интегрального уравнения для определения градиента концентрации C (2.60) внутри неоднородной среды и расчета напряженности электрического поля диффузии (2.47).

Заключение:

1. С использованием общих принципов теории поля построена математическая модель проводящей, пористой и проницаемой неоднородной среды, заполненной флюидом, в виде системы уравнений в частных производных, которая вместе с соответствующими граничными условиями является математической моделью процесса генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации.

2. Электрический потенциал адсорбции складывается из потенциала, создаваемого источником в виде двойного слоя зарядов в однородной проводящей среде и аномального потенциала за счет перераспределения электрического поля в среде, неоднородной по удельному сопротивлению.

3. Описаны интегральные уравнения и формулы для парных и перекрестных эффектов потенциальных полей (электрического поля течения и диффузии) в неоднородной по физическим свойствам среде с использованием цилиндрической симметрии для дальнейшего их решения.

4. Создана электронная палетка вычисления поправочного коэффициента (программный комплекс «Paletka_PS») для перехода от значений измеренного электрического потенциала спонтанной поляризации ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величины адсорбционного потенциала пород**.** Расчет поправки построен на основе многомерной интерполяционной формулы Лагранжа.

ГЛАВА 3
ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

3.1. Приведение систем интегральных уравнений к системам линейных алгебраических уравнений для получения экспресс-результата

Приведем алгоритм решения системы интегральных уравнений (2.11), (2.29), (2.45), которые представим в обобщенном виде

$$\mathbf{F} = \mathbf{F^0} + \mathbf{grad}_{\mathbf{A}} \int_{\mathrm{V}} \alpha\, \mathbf{F}\, \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dV \tag{3.1}$$

или в матричном виде для точек $r_i(x_1, x_2, x_3)$и $r_j\left(x_1^0, x_2^0, x_3^0\right)$ в трехмерном пространстве:

$$F_m(r_i) = F_m^0(r_i) + \int_V \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) F_n(r_j) dV \ , \tag{3.2}$$

где: $F_m(r_i)$ – составляющие градиента потенциала поля в точке r_i;

$F_m^0(r_i)$– составляющие градиента потенциала поля стороннего источника в однородной среде в отсутствие неоднородности;

$\alpha(r_j)$ – относительный физический параметр, характеризующий неоднородный локальный объект для данного поля в точке r_j, например

$$\alpha\left(r_j\right) = \frac{\sigma\left(r_j\right)}{\sigma_0} - 1 = \frac{\Delta\sigma\left(r_j\right)}{\sigma_0},$$

$\sigma(r_j)$, σ_0– удельные электропроводности неоднородностей и вмещающей среды, См/м;

$G_{mn}(r_i/r_j)$ – компоненты тензорной функции Грина, отражающей взаимное влияние точек r_i и r_j:

$$G_{mn}(r_i/r_j) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial(r_i)_m \partial(r_j)_n} \frac{1}{R},$$

если

$$R = \left| r_i - r_j \right|,\ i, j = \overline{1, N},\ m, n = \overline{1,3}.$$

Для расчета составляющих градиента потенциала $F_m(r_i)$ во внешних точках вне объема $r_i \notin V$, необходимо предварительно определить величину градиента потенциала $F_m(r_i)$ во всех точках внутри объема $r_i \notin V$, т. е. решить систему векторных объемных интегральных уравнений относительно $F_m(r_i)$.

Перегруппируем слагаемые

$$F_m(r_i) - \int_V \alpha(r_j) G_{mn}(r_i / r_j) F_n(r_j) dV = F_m^0(r_i), \tag{3.3}$$

внесем $F_m(r_i)$ под знак интеграла, используя свойство дельта–функции Дирака $\delta(r_i - r_j)$

$$F_m(r_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_m(r_j) \delta(r_i - r_j) dV \tag{3.4}$$

и представим ее в качестве общего множителя, используя символ Кронекера

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, \textit{при}\ \ \mathrm{m} \neq \mathrm{n}; \\ 1, \textit{при}\ \ \mathrm{m} = \mathrm{n}, \end{cases} \tag{3.5}$$

получим

$$\int_V \sum_{n=1}^{3} \left[\delta_{mn} \delta(r_i - r_j) - \alpha(r_j) G_{mn}(r_i / r_j) \right] F_n(r_j) dV = F_m^0(r_i).$$

Заменим интеграл по объему V суммой при $N \to \infty$ элементарных объемов $V = \sum_{j=1}^{N} V_j$ столь малых, что $\alpha(r_j)$ и $F_m(r_j)$ можно считать постоянными в пределах каждого из них и перенесем интегрирование на множитель, стоящий в скобках.

Для текущей точки r_i имеем

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{3} \left[\int_{V_j} \delta_{mn} \delta(r_i - r_j) dV_j - \int_{V_j} \alpha(r_j) G_{mn}(r_i / r_j) dV_j \right] F_n(r_j) = F_m^0(r_i).$$

Пусть

$$\hat{G}_{mn}(r_i / r_j) = \int_{V_j} G_{mn}(r_i / r_j) dV_j, \tag{3.6}$$

то получим

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1}^{3}\left\{\delta_{mn}\delta_{r_i r_j}-\alpha\left(r_j\right)\hat{G}_{mn}\left(r_i/r_j\right)\right\}\cdot F_n\left(r_j\right)=F_m^0\left(r_i\right).$$

Обозначив для сокращения записи аргументы r_i и r_j как i и j, получим:

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1}^{3}\left\{\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)\right\}\cdot F_n\left(j\right)=F_m^0\left(i\right). \tag{3.7}$$

Рассматривая $A_{mn}\left(i,j\right)=\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)$ как элемент матрицы **A** размером $N*N$, а F_m^0 и F_m как N – мерные векторы, где индексы $m,n=\overline{1,3}$, получим матричное представление интегрального уравнения:

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F_1^0 \\ F_2^0 \\ F_3^0 \end{Bmatrix}, \tag{3.8}$$

т.е. СЛАУ вида:

$$\left[\mathbf{A}\right]\cdot\left[\mathbf{F}\right]=\left[\mathbf{F^0}\right], \tag{3.9}$$

где **A** – матрица размером $3N*3N$, **F** и $\mathbf{F^0}$ – векторы неизвестных и свободных членов размером 3*N*. Диагональные элементы $i=j$ равны единице при $m=n$ или нулю при $m\neq n$. Недиагональные элементы $i\neq j$ равны $-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)$, т.е. матрица **A** непрерывна на всем множестве элементов *N*.

При наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат, где точки $r_i\left(x_1,x_2,x_3\right)\equiv r_i\left(\rho,\varphi,z\right)$ и $r_j\left(x_1^0,x_2^0,x_3^0\right)\equiv r_j\left(\rho_0,\varphi_0,z_0\right)$, отсутствуют компоненты напряженностей поля F_φ^0 и F_φ, уменьшается размерность матрицы системы линейных уравнений до *2N*2N*. Это позволяет с приемлемой скоростью вести расчеты для более мощных пластов и для комбинации пластов. Уравнение (3.7) примет следующий вид:

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1}^{2}\left\{\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)\right\}\cdot F_n\left(j\right)=F_m^0\left(i\right). \tag{3.10}$$

Рассматривая $A_{mn}(i,j)=\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha(j)\hat{G}_{mn}(i/j)$ как элемент матрицы **A** размером $N*N$, а F_m^0 и F_m как N – мерные векторы, где индексы $m,n=\overline{1,2}$, получим матричное представление интегрального уравнения:

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{31} & A_{32} \end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_3 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F_1^0 \\ F_3^0 \end{Bmatrix} \text{ или } \begin{Bmatrix} A_{\rho\rho} & A_{\rho z} \\ A_{z\rho} & A_{zz} \end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} F_\rho \\ F_z \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F_\rho^0 \\ F_z^0 \end{Bmatrix} \tag{3.11}$$

т.е. СЛАУ вида:

$$[\mathbf{A}]\cdot[\mathbf{F}]=[\mathbf{F^0}], \tag{3.12}$$

где **A** – матрица размером $2N*2N$, **F** и $\mathbf{F^0}$ – векторы неизвестных и свободных членов размером 2*N*. Диагональные элементы $i=j$ равны единице при $m=n$ или нулю при $m\neq n$. Недиагональные элементы $i\neq j$ равны $-\alpha(j)\hat{G}_{mn}(i/j)$, т.е. матрица **A** непрерывна на всем множестве элементов *N*.

Для обеспечения требуемой погрешности вычислений для получения экспресс-результата (3.12) был выбран метод исключения Гаусса, как наиболее быстрый по сравнению с итерационным методом или методом осреднения функциональных поправок, которые занимали намного большее время. Относительные различия методов составляют погрешность δ=5%. Для реализации других СЛАУ для получения экспресс-результата также был выбран метод исключения Гаусса.

Приведем алгоритм решения системы интегральных уравнений (2.25), (2.52), которые представим в обобщенном виде

$$\mathbf{T}=\mathbf{T^0}+\mathbf{grad}_{\mathbf{A}}\int_V(\alpha\,\mathbf{T}+\beta\,\mathbf{F})\,\mathbf{grad}_{\mathbf{M}}\frac{1}{R}dV \tag{3.13}$$

или в матричном виде для точек $r_i(x_1,x_2,x_3)\equiv r_i(\rho,\varphi,z)$ и $r_j(x_1^0,x_2^0,x_3^0)\equiv(\rho_0,\varphi_0,z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$T_m(r_i)=T_m^0(r_i)+\int_V G_{mn}(r_i/r_j)\left[\alpha(r_j)T_n(r_j)+\beta(r_j)F_n(r_j)\right]dV\ , \tag{3.14}$$

где $T_m(r_i)$, $F_n(r_i)$ – составляющие градиента величины по осям трехмерной системы координат в точке r_i; $T_m^0(r_i)$– составляющие градиента величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности; $\alpha(r_j)$, $\beta(r_j)$

– относительные физические параметры, характеризующие неоднородный локальный объект в точке r_j; $G_{mn}(r_i/r_j)$ – компоненты тензорной функции Грина.

Обозначим $\hat{T}_m^0(r_i) = T_m^0(r_i) + \int\limits_V G_{mn}(r_i/r_j) F_n(r_j) dV$ и получим уравнение в виде:

$$T_m(r_i) = \hat{T}_m^0(r_i) + \int\limits_V G_{mn}(r_i/r_j)\ \alpha(r_j) T_n(r_j) dV$$

Для расчета составляющих градиента потенциала $T_m(r_i)$ во внешних точках вне объема $r_i \notin V$, необходимо предварительно определить величину градиента потенциала $T_m(r_i)$ во всех точках внутри объема $r_i \notin V$, т. е. решить систему векторных объемных интегральных уравнений относительно $T_m(r_i)$.

Перегруппируем слагаемые

$$T_m(r_i) - \int\limits_V \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) T_n(r_j) dV = \hat{T}_m^0(r_i), \tag{3.15}$$

внесем $T_m(r_i)$ под знак интеграла, используя свойство дельта–функции Дирака $\delta(r_i - r_j)$ (3.4) и представим ее в качестве общего множителя, используя символ Кронекера (3.5) и получим

$$\int\limits_V \sum_{n=1}^{2} \left[\delta_{mn}\delta(r_i - r_j) - \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j)\right] T_n(r_j) dV = \hat{T}_m^0(r_i). \tag{3.16}$$

Заменим интеграл по объему V суммой при $N \to \infty$ элементарных объемов $V = \sum\limits_{j=1}^{N} V_j$ столь малых, что $\alpha(r_j)$ и $T_m(r_j)$ можно считать постоянными в пределах каждого из них и перенесем интегрирование на множитель, стоящий в скобках. Для текущей точки r_i имеем

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \left[\int\limits_{V_j} \delta_{mn}\delta(r_i - r_j) dV_j - \int\limits_{V_j} \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) dV_j \right] T_n(r_j) = \hat{T}_m^0(r_i).$$

Используя (3.6) получим

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \left\{\delta_{mn}\delta_{r_i r_j} - \alpha(r_j) \hat{G}_{mn}(r_i/r_j)\right\} \cdot T_n(r_j) = \hat{T}_m^0(r_i).$$

Обозначив для сокращения записи аргументы r_i и r_j как i и j, получим:

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1}^{2}\left\{\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha(j)\hat{G}_{mn}(i/j)\right\}\cdot T_n(j)=\hat{T}_m^0(i). \qquad (3.17)$$

Рассматривая $A_{mn}(i,j)=\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha(j)\hat{G}_{mn}(i/j)$ как элемент матрицы **A** размером $N*N$, а $\hat{T}_m^0$ и T_m – как N – мерные векторы, где индексы $m,n=\overline{1,2}$, получим матричное представление интегрального уравнения:

$$\begin{Bmatrix} A_{\rho\rho} & A_{\rho z} \\ A_{z\rho} & A_{zz} \end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} T_\rho \\ T_z \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \hat{T}_\rho^0 \\ \hat{T}_z^0 \end{Bmatrix} \qquad (3.18)$$

т.е. СЛАУ вида:

$$[\mathbf{A}]\cdot[\mathbf{T}] \;=\; [\hat{\mathbf{T}}^{\mathbf{0}}], \qquad (3.19)$$

где **A** – матрица размером $2N*2N$, **T** и $\hat{\mathbf{T}}^{\mathbf{0}}$ – векторы неизвестных и свободных членов размером 2*N*. Диагональные элементы $i=j$ равны единице при $m=n$ или нулю при $m\neq n$. Недиагональные элементы $i\neq j$ равны $-\alpha(j)\hat{G}_{mn}(i/j)$, т.е. матрица **A** непрерывна на всем множестве элементов *N*.

Приведем алгоритм решения системы интегральных уравнений (2.60), которое представим в обобщенном виде

$$\mathbf{K}=\mathbf{K^0}+\mathbf{grad}_{\mathbf{A}}\int_V \alpha\,\mathbf{K}\;\mathbf{grad}_{\mathbf{M}}\frac{1}{R}dV+\int_V\left(\eta\,\mathbf{F}\,\mathbf{K}+\mu\,\mathbf{F^0K^0}\right)\mathbf{grad}_{\mathbf{M}}\frac{1}{R}dV \qquad (3.20)$$

и в матричном виде для точек $r_i(x_1,x_2,x_3)\equiv r_i(\rho,\varphi,z)$ и $r_j(x_1^0,x_2^0,x_3^0)\equiv(\rho_0,\varphi_0,z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$\begin{aligned} K_m(r_i)&=K_m^0(r_i)+\int_{V_j}\alpha(r_j)G_{mn}(r_i/r_j)K_n(r_j)dV_j \\ &+\int_V\left[\eta(r_j)F_n(r_j)K_n(r_j)+\mu(r_j)F_n^0(r_j)K_n^0(r_j)\right]G_n(r_i/r_j)dV, \end{aligned} \qquad (3.21)$$

где $K_m(r_i)$, $F_n(r_i)$ – составляющие градиента величины по осям трехмерной системы координат в точке r_i; $K_m^0(r_i)$, $F_n^0(r_j)$ – составляющие градиента величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности; $\alpha(r_j)$, $\eta(r_j)$, $\mu(r_j)$– относительные физические параметры, характеризующие неоднородный локальный объект в точке r_j; $G_{mn}(r_i/r_j)$ – компоненты тензорной

функции Грина; $G_n(r_i/r_j)$ – вектор-функция Грина.

Обозначим $\hat{K}_m^0(r_i) = K_m^0(r_i) + \int_V \mu(r_j) F_n^0(r_j) K_n^0(r_j) G_n(r_i/r_j) dV$ и получим уравнение в виде:

$$K_m(r_i) = \hat{K}_m^0(r_i) + \int_V G_{mn}(r_i/r_j)\ \alpha(r_j) K_n(r_j) dV + \int_V \eta(r_j) F_n(r_j) K_n(r_j) G_n(r_i/r_j) dV$$

Для расчета составляющих градиента потенциала $T_m(r_i)$ во внешних точках вне объема $r_i \notin V$, необходимо предварительно определить величину градиента потенциала $K_m(r_i)$ во всех точках внутри объема $r_i \notin V$, т. е. решить систему векторных объемных интегральных уравнений относительно $K_m(r_i)$.

Перегруппируем слагаемые

$$K_m(r_i) - \int_V \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) K_n(r_j) dV - \int_V \eta(r_j) F_n(r_j) K_n(r_j) G_n(r_i/r_j) dV = \hat{K}_m^0(r_i), \tag{3.22}$$

внесем $K_m(r_i)$ под знак интеграла, используя свойство дельта–функции Дирака $\delta(r_i - r_j)$ (3.4) и представим ее в качестве общего множителя, используя символ Кронекера (3.5) и получим

$$\int_V \sum_{n=1}^{2} \left[\delta_{mn}\delta(r_i - r_j) - \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) - \eta(r_j) F_n(r_j) G_n(r_i/r_j)\right] K_n(r_j) dV = \hat{K}_m^0(r_i). \tag{3.23}$$

Заменим интеграл по объему V суммой при $N \to \infty$ элементарных объемов $V = \sum_{j=1}^{N} V_j$ столь малых, что $\alpha(r_j)$, $\eta(r_j)$, $F_n(r_j)$ и $K_m(r_j)$ можно считать постоянными в пределах каждого из них и перенесем интегрирование на множитель, стоящий в скобках.

Для текущей точки r_i имеем

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \left[\int_{V_j} \delta_{mn}\delta(r_i - r_j) dV_j - \int_{V_j} \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) dV_j - \int_{V_j} \eta(r_j) F_n(r_j) G_n(r_i/r_j) dV_j \right] K_n(r_j) = \hat{K}_m^0(r_i)$$

Используя (3.6) и

$$\hat{G}_n\left(r_i/r_j\right)=\int_{V_j} G_n\left(r_i/r_j\right)dV_j\ , \tag{3.24}$$

получим

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1}^{2}\left\{\delta_{mn}\delta_{r_i r_j}-\alpha\left(r_j\right)\hat{G}_{mn}\left(r_i/r_j\right)-\eta\left(r_j\right)\hat{G}_n\left(r_i/r_j\right)F_n\left(r_j\right)\right\}\cdot K_n\left(r_j\right)=\hat{K}_m^0\left(r_i\right),$$

Обозначив для сокращения записи аргументы r_i и r_j как i и j, получим:

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1}^{2}\left\{\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)-\eta\left(n,j\right)\hat{G}_n\left(i/j\right)F_n\left(j\right)\right\}\cdot K_n\left(j\right)=\hat{K}_m^0\left(i\right), \tag{3.25}$$

используя (3.6), (3.10-3.12) и (3.24).

Рассматривая $A_{mn}\left(i,j\right)=\delta_{mn}\delta_{ij}-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)-\eta\left(j\right)\hat{G}_n\left(i/j\right)F_n\left(j\right)$ как элемент матрицы **A** размером $N*N$, а $\hat{K}_m^0\left(i\right)$ и K_m как N – мерные векторы, где индексы $m,n=\overline{1,2}$, получим матричное представление интегрального уравнения:

$$\begin{Bmatrix} A_{\rho\rho} & A_{\rho z} \\ A_{z\rho} & A_{zz} \end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} K_\rho \\ K_z \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \hat{K}_\rho^0 \\ \hat{K}_z^0 \end{Bmatrix} \tag{3.26}$$

т.е. СЛАУ вида:

$$\left[\mathbf{A}\right]\cdot\left[\mathbf{K}\right]\ =\ \left[\hat{\mathbf{K}}^{\mathbf{0}}\right], \tag{3.27}$$

где **A** – матрица размером $2N*2N$, **K** и $\hat{\mathbf{K}}^{\mathbf{0}}$ – векторы неизвестных и свободных членов размером $2N$. Диагональные элементы $i=j$ равны единице при $m=n$ или нулю при $m\neq n$. Недиагональные элементы $i\neq j$ равны $-\alpha\left(j\right)\hat{G}_{mn}\left(i/j\right)-\eta\left(j\right)\hat{G}_n\left(i/j\right)F_n\left(j\right)$, т.е. матрица **A** непрерывна на всем множестве элементов N.

3.2. Алгоритм решения систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок

Для обеспечения существенно меньшей погрешности вычислений для

решения систем интегральных уравнений был выбран метод осреднения функциональных поправок [52,65], который примерно на 30-40% медленнее метода исключения Гаусса [11,39] при одном и том же выбранном шаге, но намного точнее. Чтобы достигнуть той же точности методом исключения Гаусса нужно уменьшить шаг дискретизации примерно в 10 раз. Плюс ко всему, в отличие от метода последовательных приближений (итерационного метода) условия сходимости могут не выполняться.

Приведем алгоритм решения интегральных уравнений (2.11), (2.25), (2.29), (2.45), (2.52), (2.60) которые представим в обобщенном виде

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^{\mathbf{0}} + \mathbf{grad}_{\mathbf{A}} \int_{V} \alpha \mathbf{W}\, \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dV + \mathbf{Q} \tag{3.28}$$

или в матричном виде для точек $r_i(x_1, x_2, x_3) \equiv r_i(\rho, \varphi, z)$ и $r_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv r_j(\rho^0, \varphi^0, z^0)$ при наличии осевой симметрии:

$$W_m(r_i) = W_m^0(r_i) + \int_V \alpha(r_j) G_{mn}(r_i/r_j) W_n(r_j) dV + Q_m(r_i). \tag{3.29}$$

где $W_m(r_i)$, $W_n(r_i)$ – составляющие градиента соответствующего потенциала поля по осям трехмерной системы координат в точке r_i; $W_m^0(r_i)$, $Q_m(r_i)$ – составляющие градиента соответствующего потенциала поля стороннего источника в однородной среде в отсутствие неоднородности; $\alpha(r_j)$ – относительные физические параметры, характеризующие неоднородный локальный объект в точке r_j; $G_{mn}(r_i/r_j)$ – компоненты тензорной функции Грина.

Преобразуем данное выражение, используя (3.6), $\overline{W}_m^0(r_i) = W_m^0(r_i) + Q_m(r_i)$, $\hat{V}_{mn}(r_i/r_j) = \alpha(r_j)\hat{G}_{mn}(r_i/r_j)$, $V_m^n = \sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \hat{V}_{mn}(r_i/r_j)$,

$$D = \begin{pmatrix} 1 - hV_\rho^\rho & 1 - hV_z^\rho \\ 1 - hV_\rho^z & 1 - hV_z^z \end{pmatrix} \tag{3.30}$$

где D_j^i – алгебраическое дополнение матрицы D, h – шаг по оси z.

Тогда на первом шаге находим коэффициенты приближения [26,52,65]

$$\xi_{\mathrm{m}}^{1} = \frac{1}{detD} \sum_{n=1}^{2} D_m^n \sum_{m=1}^{N} \overline{W}_m^0 (r_i), \tag{3.31}$$

и значения функции

$$W_m^1 (r_i) = \overline{W}_m^0 (r_i) + \sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \xi_n^1 D_n^m \ . \tag{3.32}$$

Для второго и последующих шагов используем следующую итерационную схему [26,52,65]: сначала находим коэффициенты приближения $\xi_{\mathrm{m}}^{\mathrm{t}}$

$$\xi_m^t = \frac{1}{detD} \sum_{n=1}^{2} D_n^m \sum_{p=1}^{2} \sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \hat{V}_{mn} (r_i / r_j) \left[\delta_{j-1}^{p} (r_j) - \xi_{j-1}^{p} \right], \tag{3.33}$$

и значения функции на этом шаге

$$W_m^t (r_i) = \overline{W}_m^0 (r_i) + \sum_{p=1}^{2} \sum_{s=1}^{N} \sum_{n=1}^{2} \hat{V}_{mn} (r_i / r_j) \left[W_{s-1}^{p} (r_j) + \xi_s^p \right], \tag{3.34}$$

где $\delta_n^t (r_j) = W_n^t (r_j) - W_n^{t-1} (r_j)$; $\delta_n^1 (r_j) = \mathrm{W}_n^1 (r_j)$; t =2,3,…

ξ_m^t – коэффициенты приближения на *t*-м шаге;

$W_m^t (r_i)$, $W_n^t (r_j)$ – значения функций на *t*-м шаге.

3.3. Алгоритм расчетов интегральных формул

Приведем алгоритм расчетов интегральных формул (2.10), (2.44), которые представим в обобщенном виде как

$$Y = Y^0 + \int_{\mathrm{V}} \alpha \, \mathbf{F} \, \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dV \tag{3.35}$$

или в матричном виде для точек $r_i (x_1, x_2, x_3) \equiv r_i (\rho, \varphi, z)$ и $r_j (x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv r_j (\rho^0, \varphi^0, z^0)$ при наличии осевой симметрии:

$$Y (r_i) = Y^0 (r_i) + \int_V \alpha (r_j) G_n (r_i / r_j) F_n (r_j) dV \ , \tag{3.36}$$

где $Y(r_i)$ – составляющие величины по осям системы координат в точке r_i;

$Y^0(r_i)$ – составляющие величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности;

$G_n(r_i/r_j)$ – вектор-функция Грина

$$G_n(r_i/r_j)dV_j = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial(r_j)_n}\frac{1}{R}, \text{ если } R = |r_i - r_j|,\ i,j = \overline{1,N},\ m,n = \overline{1,2}.$$

Преобразуем уравнение (3.36), используя метод моментов [12, 47]. Разобьем объем $V = \sum_{j=1}^{N} V_j$ на N элементов ($N \to \infty$), в пределах которых величины $F_n(r_j)$ и $\alpha(r_j)$ будем считать постоянными для точек r_j. Для текущей точки r_i имеем, используя (3.24)

$$Y(r_i) = Y^0(r_i) + \sum_{j=1}^{N}\alpha(r_j)\sum_{n=1}^{2}\hat{G}_n(r_i/r_j)F_n(r_j), \tag{3.37}$$

где $F_n(r_j)$ подставим из (3.10-3.12).

Приведем алгоритм расчетов интегральных формул (2.23), (2.51), которые представим в обобщенном виде как

$$J = J^0 + \int_V (\alpha\,\mathbf{T} + \beta\,\mathbf{F})\mathbf{grad}_{\mathbf{M}}\frac{1}{R}dV \tag{3.38}$$

или в матричном виде для точек $r_i(x_1, x_2, x_3) \equiv r_i(\rho, \varphi, z)$ и $r_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv (\rho_0, \varphi_0, z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$J(r_i) = J^0(r_i) + \int_V [\alpha(r_j)T_n(r_j) + \beta(r_j)F_n(r_j)]G_n(r_i/r_j)dV, \tag{3.39}$$

где $J(r_i)$ – составляющие величины по осям трехмерной системы координат в точке r_i; $J^0(r_i)$ – составляющие величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности.

Преобразуем уравнение (3.39), используя метод моментов [12, 47], , подобные выводу формулы (3.36). Разобьем объем $V = \sum_{j=1}^{N} V_j$ на N элементов ($N \to \infty$), в пределах которых величины $F_n(r_j), \alpha(r_j)$, $T_n(r_j)$ и $\beta(r_j)$ будем считать постоян-

ными для точек r_j. Для текущей точки r_i имеем

$$J(r_i) = J^0(r_i) + \sum_{j=1}^{N} \alpha(r_j) \sum_{n=1}^{2} \hat{G}_n(r_i/r_j) T_n(r_j) + \sum_{j=1}^{N} \beta(r_j) \sum_{n=1}^{2} \hat{G}_n(r_i/r_j) F_n(r_j), \quad (3.40)$$

где $F_n(r_j)$ и $T_n(r_j)$ подставим из (3.10-3.12) и (3.17-3.19) соответственно.

Приведем алгоритм расчетов интегральных формул (2.23), (2.51), которые представим в обобщенном виде как

$$M = M^0 + \int_V \alpha \, \mathbf{K} \ \mathbf{grad}_{\mathbf{M}} \frac{1}{R} dV + \int_V \left(\eta \, \mathbf{F} \, \mathbf{K} + \mu \, \mathbf{F^0 K^0} \right) \frac{1}{R} dV \quad (3.41)$$

или в матричном виде для точек $r_i(x_1, x_2, x_3) \equiv r_i(\rho, \varphi, z)$ и $r_j(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \equiv (\rho_0, \varphi_0, z_0)$ при наличии осевой симметрии и использовании цилиндрических координат:

$$M(r_i) = M^0(r_i) + \int_V \alpha(r_j) K_n(r_j) G_n(r_i/r_j) dV_j + \int_{V_j} \left(\eta(r_j) F(r_j) K(r_j) + \right.$$
$$\left. + \mu(r_j) F^0(r_j) K^0(r_j) \right) dV, \quad (3.42)$$

где $M(r_i)$ – составляющие величины по осям трехмерной системы координат в точке r_i; $M^0(r_i)$ – составляющие величины стороннего источника поля в однородной среде в отсутствие неоднородности.

Преобразуем уравнение (3.42), используя метод моментов [12, 47], подобные выводу формулы (3.35) и (3.39). Разобьем объем $V = \sum_{j=1}^{N} V_j$ на N элементов ($N \to \infty$), в пределах которых величины $F_n(r_j), \alpha(r_j)$, $T_n(r_j)$ и $\beta(r_j)$ будем считать постоянными для точек r_j. Для текущей точки r_i имеем

$$M(r_i) = M^0(r_i) + \sum_{j=1}^{N} \alpha(r_j) \sum_{n=1}^{2} \hat{G}_n(r_i/r_j) K_n(r_j)$$
$$+ \sum_{j=1}^{N} \beta(r_j) \sum_{n=1}^{2} F_n(r_j) K_n(r_j) + \sum_{j=1}^{N} \mu(r_j) \sum_{n=1}^{2} F_n^0(r_j) K_n^0(r_j), \quad (3.43)$$

где $F_n(r_j), F_n^0(r_j), K_n(r_j)$, $K_n^0(r_j)$ подставим из (3.10-3.12) и (3.25-3.27) соответственно.

3.4. Тензорная и векторная функции Грина

Обозначим

$$G = -\iiint\limits_{V_0} \frac{dV_0}{r} = -\iiint\limits_{V_0} \frac{\rho_0 d\rho_0 dz_0 d\varphi_0}{\sqrt{\rho^2 + \rho_0^2 + (z - z_0)^2 - 2\rho\rho_0 cos(\varphi - \varphi_0)}}, \tag{3.44}$$

где V_0 – объем; r – радиус; $r_i(\rho, \varphi, z)$ и $r_j(\rho_0, \varphi_0, z_0)$ – точки наблюдений и объема с координатами в цилиндрической системе координат.

Рассмотрим случай осевой симметрии, когда можно принять $\varphi - \varphi_0 = \alpha_0 = \pi - 2\beta$, α_0, β – углы [55].

$$\begin{aligned} G &= 2\iint \int\limits_0^{\pi} \frac{\rho_0 d\rho_0 dz_0 d\alpha_0}{\sqrt{\rho^2 + \rho_0^2 + (z - z_0)^2 - 2\rho\rho_0 cos\alpha_0}} = \\ &= 4\iint \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\rho_0 d\rho_0 dz_0 d\beta}{\sqrt{(\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2 - 4\rho\rho_0 sin^2\beta}} = 4\iint \frac{K}{R}\rho_0 d\rho_0 dz_0, \end{aligned} \tag{3.45}$$

где K – полный эллиптический интеграл первого рода,

$$K = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - \dfrac{4\rho\rho_0 sin^2\beta}{(\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2}}} \quad \text{или} \quad K = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - k^2 sin^2\beta}},$$

при $k^2 = \dfrac{4\rho\rho_0}{(\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2} = \dfrac{4\rho\rho_0}{R^2}$, $\quad R^2 = (\rho + \rho_0)^2 + (z - z_0)^2$.

Введем обозначения компонентов векторной функции Грина

$$G_{\rho_0} = 4\iint \frac{\partial}{\partial\rho_0}\left(\frac{K}{R}\right)\rho_0 d\rho_0 dz_0, \qquad G_{z_0} = 4\iint \frac{\partial}{\partial z_0}\left(\frac{K}{R}\right)\rho_0 d\rho_0 dz_0, \tag{3.46}$$

и компонентов тензорной функции Грина

$$\begin{aligned} &G_{\rho\rho_0} = 4\frac{\partial}{\partial\rho}\iint \frac{\partial}{\partial\rho_0}\left(\frac{K}{R}\right)\rho_0 d\rho_0 dz_0, \quad G_{\rho z_0} = 4\frac{\partial}{\partial\rho}\iint \frac{\partial}{\partial z_0}\left(\frac{K}{R}\right)\rho_0 d\rho_0 dz_0, \\ &G_{z\rho_0} = 4\frac{\partial}{\partial z}\iint \frac{\partial}{\partial\rho_0}\left(\frac{K}{R}\right)\rho_0 d\rho_0 dz_0, \qquad G_{zz_0} = 4\frac{\partial}{\partial z}\iint \frac{\partial}{\partial z_0}\left(\frac{K}{R}\right)\rho_0 d\rho_0 dz_0. \end{aligned} \tag{3.47}$$

Выполним интегрирование и в результате компоненты векторной функции

Грина и компоненты тензорной функции Грина для расчета потенциала на оси скважины примут вид [22,41]:

$$G_{\rho_0} = 2\pi(z - z_0)\ \mathbf{ln}(\rho_0 + R)\Big|_{\rho_{01}}^{\rho_{02}}\Big|_{z_{01}}^{z_{02}}, \quad G_{z_0} = 2\pi R\Big|_{z_{01}}^{z_{02}}\Big|_{\rho_{01}}^{\rho_{02}}, \tag{3.48}$$

$$G_{zz_0} = \frac{2\pi(\mathrm{z} - \mathrm{z}_0)}{\mathrm{R}}\Bigg|_{z_{01}}^{z_{02}}, \quad G_{\rho\rho_0} \approx 2\pi, \quad \mathrm{G}_{\rho z_0} = 2\pi \int_{\rho_{01}}^{\rho_{02}} \frac{\rho_0^2 d\rho_0}{\left[\rho_0^2 + (\mathrm{z} - \mathrm{z}_0)^2\right]^{3/2}}\Bigg|_{z_{01}}^{z_{02}} \tag{3.49}$$

$$G_{z\rho_0} = 2\pi\left[\frac{\ln\left|\rho_0 + \sqrt{\rho_0{}^2 + (z - z_0)^2}\right| \cdot \sqrt{\rho_0{}^2 + (z - z_0)^2} - \rho_0}{\sqrt{\rho_0{}^2 + (z - z_0)^2}}\right]\Bigg|_{\rho_{0_1}}^{\rho_{02}}\Bigg|_{z_{0_1}}^{z_{02}},$$

где E – полный эллиптический интеграл второго рода

$$E = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 sin^2\beta} \cdot d\beta, \quad R_1 = \sqrt{(\rho - \rho_0)^2 + (z - z_0)^2},$$

$$R_2 = \sqrt{\rho_0{}^2 - \rho^2 + (z - z_0)^2}, R_3 = \sqrt{\rho^2 - \rho_0{}^2 + (z - z_0)^2}.$$

Заключение:

1. Описан алгоритм решения систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок и методом исключения Гаусса для градиентов потенциалов полей, включая случаи парных и перекрестных эффектов, размерностью $2N * 2N$.

2. Приведен дискретный вид интегральных формул для расчетов потенциалов полей в неоднородной среде, включая случаи парных и перекрестных эффектов полей.

ГЛАВА 4

РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Программные комплексы написаны на языке FORTRAN стандарта Fortran-90 в визуальной среде Fortran Power Station и языке Паскаль в визуальной среде Borland Delphi 7.0, с использованием лицензионного программного обеспечения, предоставленного Институтом геофизики УрО РАН: MSDN Подписка «Developer Academic Alliance». Идентификатор подписчика 700765438.

4.1. Программный комплекс «PS-C»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «PS-C» предназначено для расчета электрического потенциала на оси скважины, создаваемого источником в виде двойного электрического слоя в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.10)-(2.19).

Программный комплекс «PS_C» является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим характеристикам среды и пласта. В числе физико-геометрических факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов учитываются диаметры скважины и зоны проникновения фильтрата бурового раствора в проницаемые части пластов и удельные электропроводности раствора, пластов и зон проникновения (рис.4.1) [61].

Программный комплекс «PS_C» представляет собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов [61]:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры, где исходными

данными являются: h – мощность пласта, м; d_c, $d_{ЗП}$ – диаметры скважины и зоны проникновения, м; $\rho_{ПОК}$, $\rho_{ПЛ}$, $\rho_{ПОД}$, $\rho_{ЗП}$, ρ_C – удельные сопротивления покрывающего, продуктивного, подстилающего пластов, зоны проникновения и промывочной жидкости, Ом·м; $U_{ПОД}$, $U_{ПОК}$, $U_{АДС}$ – потенциалы подстилающего, покрывающего и продуктивного пласта, мВ [31];

- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, где результатом является электрический потенциал ПС и его вертикальный градиент на оси скважины; $U_{ПЛ}$ – значение ПС против середины пласта, *мВ*; $v_{изм}$ – поправка ПС;
- файл с описанием программного комплекса.
- **Состав программного комплекса:**
- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_C.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических данных «INPUT_P.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF.EXE»;
- программа расчета нормального электрического поля, создаваемого двойным электрическим слоем «NORM_C.EXE», реализующая выражения (2.12) и (2.13);
- программа расчета электрического потенциала ПС и его вертикального градиента на оси скважины в слоистой среде «ANOM_C.EXE», реализующая выражения (2.10) и (2.11). Интегральное уравнение (2.11), записанное в обобщенном виде (3.1), сводиться к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12), а интегральная формула (2.10) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам.
- программа расчета электрического потенциала ПС и его вертикального градиента на оси скважины в слоистой среде «ANOM_CT.EXE», реализующая выражения (2.10) и (2.11). Интегральное уравнение (2.11), записанное в

обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.10) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам.

- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_C.EXE» (рис 4.1);
- программа для расчета поправки потенциала пласта на оси скважины «popravka.exe», реализующая выражения (2.14)-(2.19).

Использование цилиндрической симметрии задачи позволяет использовать для задания элементарной ячейки элементы в форме кольца прямоугольного сечения с заданной постоянной высотой малой величины $\Delta h = z_{02} - z_{01}$ и переменной толщиной $\Delta r = r_{02} - r_{01}$, увеличивающейся по мере увеличения *r*. Неоднородности физических параметров среды (модели) в вертикальном и радиальном направлениях задаются в виде массива данных для кольцевых элементов, что позволяет усложнять рассчитываемые модели, например для нескольких переслаивающихся пластов, неоднородности в радиальном направлении (каверны) и т.п. На рис 4.1 представлены интерфейсы программного комплекса «PS_C».

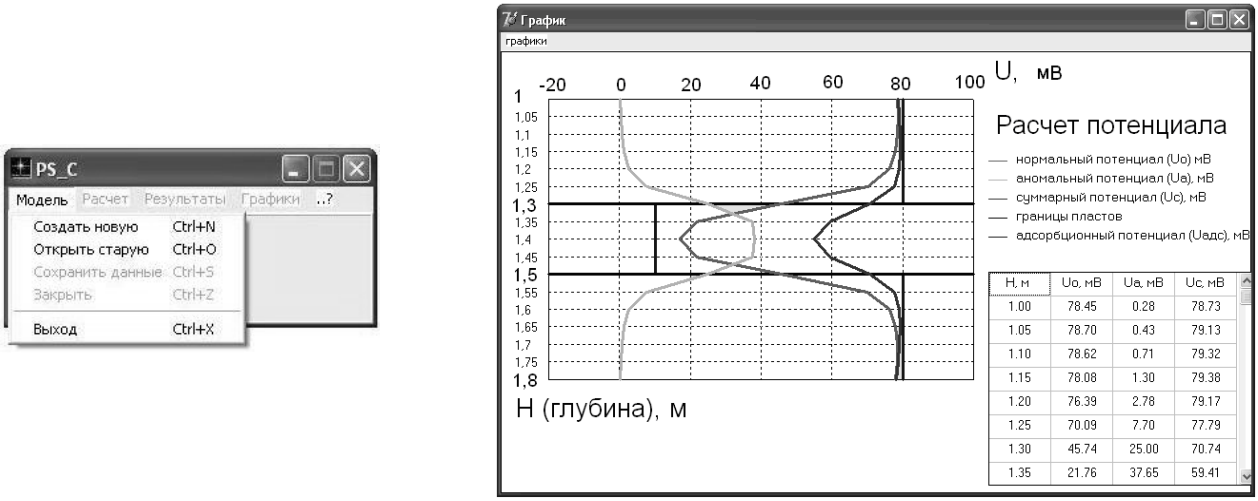

Рис. 4.1. Интерфейсы программного комплекса «PS_C» [31, 61]

На рис. 4.2 представлены результаты расчета электрического потенциала на оси скважины при симметричном и асимметричном случаях величин скачков адсорбционных потенциалов покрывающего и подстилающего пластов с различными физико-геометрическими характеристиками. Параметры расчетов: скачки адсорбционных потенциалов в среднем пласте 20мВ, в верхнем – 80 мВ, в нижнем – 80 мВ или 60 мВ, мощность пласта $h/d_c=$ 1, $d_{ЗП}/d_c=3$, $\rho_{ПЛ}/\rho_C=10$, $\rho_{ПОК}/\rho_C=1$, $\rho_{ПОД}/\rho_C=1$, $\rho_{ЗП}/\rho_C=10$. Проведено тестирование программного комплекса «PS_C» в цилиндрической системе координат по модели, рассчитанной с помощью программного комплекса «PS_3D» [31] в декартовой системе координат. Расчеты по двум программным комплексам дали результаты, расходящиеся не более чем в десятые доли милливольта.

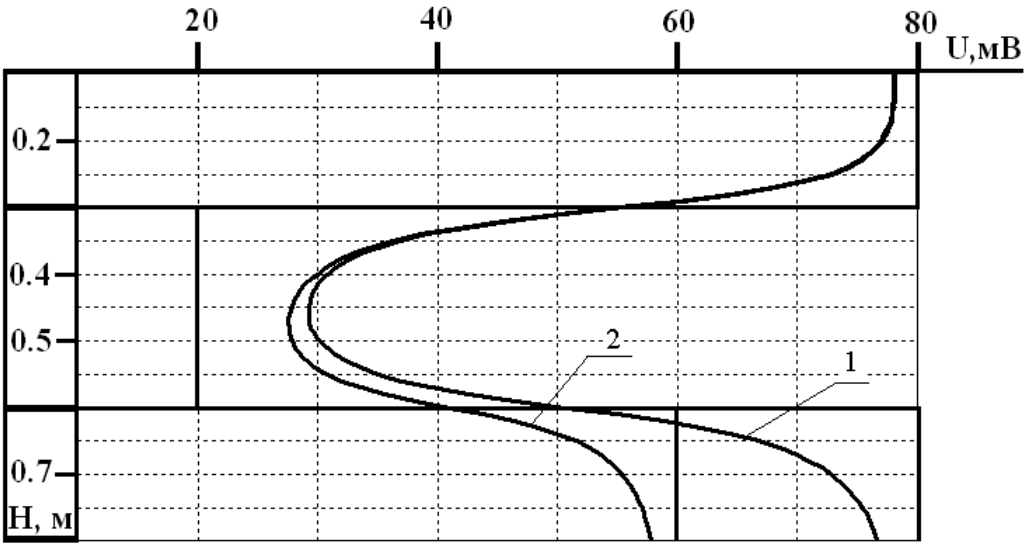

Рис. 4.2. Кривые суммарного потенциала ПС на оси скважины.
Шифр кривых: 1– симметричный, 2 – асимметричный случай адсорбционного потенциала подстилающих пород [21,31,61]

На рис. 4.3-4.4 представлены примеры рассчитанных палеток поправок в минимальные значения ПС напротив пласта-коллектора для различной относительной мощности пласта и его относительного удельного сопротивления при отсутствии или наличии зоны проникновения, по формулам (2.14) и (2.15).

На рис. 4.3 представлены палетки определения поправки при относитель-

ных параметрах: слева – $d_{ЗП}/d_c = 1$, $\rho_{ПОК}/\rho_C = 1$, $\rho_{ПОД}/\rho_C = 1$, $\rho_{ЗП}/\rho_C = 1$, $U_{ПОД}/U_{ПОК} = 1$, $U_{АДС}/U_{ПОК} = 0{,}25$, справа – палетка при относительных параметрах: $d_{ЗП}/d_c = 3$, $\rho_{ПОК}/\rho_C = 1$, $\rho_{ПОД}/\rho_C = 1$, $\rho_{ЗП}/\rho_C = 4$, $U_{ПОД}/U_{ПОК} = 1$, $U_{АДС}/U_{ПОК} = 0{,}25$, используя для решения систем интегральных уравнений для напряженности поля метод исключения Гаусса.

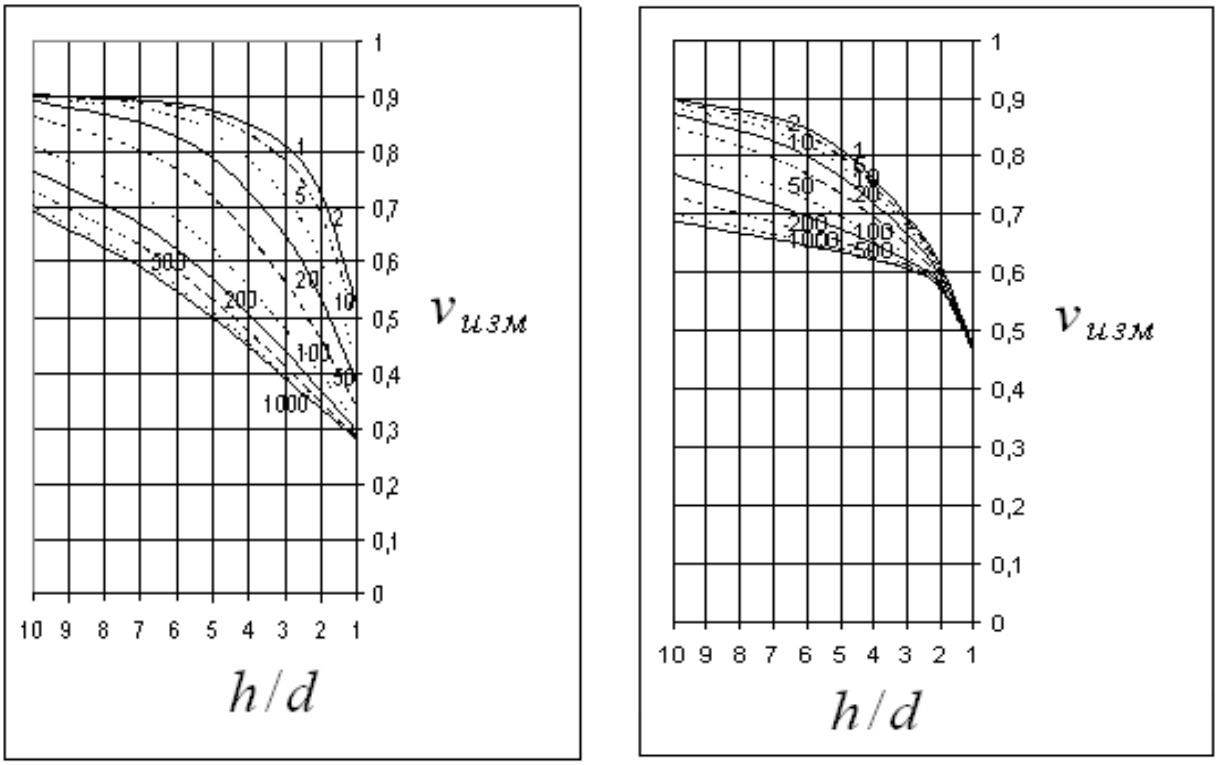

Рис. 4.3. Палетки $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанные программным комплексом «PS-C» при различных значениях $\rho_{ПЛ}/\rho_C = \text{const}$ (шифр кривых), если $d_{ЗП}/d_c = 1$ (слева) и $d_{ЗП}/d_c = 3$ (справа) [21]

На рис. 4.4 представлен пример рассчитанной палетки поправок при относительных параметрах: $d_{ЗП}/d_c = 10$, $\rho_{ПОК}/\rho_C = 1$, $\rho_{ПОД}/\rho_C = 1$, $\rho_{ЗП}/\rho_C = 5$, $\rho_{ПЛ}/\rho_C = 10$, $U_{ПОД}/U_{ПОК} = 0{,}75$, $U_{АДС}/U_{ПОК} = 0{,}25$, используя для решения систем интегральных уравнений напряженности поля метод осреднения функциональных поправок и метод исключения Гаусса. Максимальная разница в результатах потенциала на середине пласта-коллектора не превысила 2мВ, при мощных пластах разница в результатах на порядок снижается. При уменьшении шага ре-

зультаты, полученные двумя методами, сравниваются. Поэтому результаты, полученные с помощью метода исключения Гаусса хотя и допустимы, но для получения более точного результата лучше использовать метод осреднения функциональных поправок. Но, если существует ограничение по времени, то для получения экспресс-результата использование метода исключения Гаусса необходимо и вполне допустимо [26].

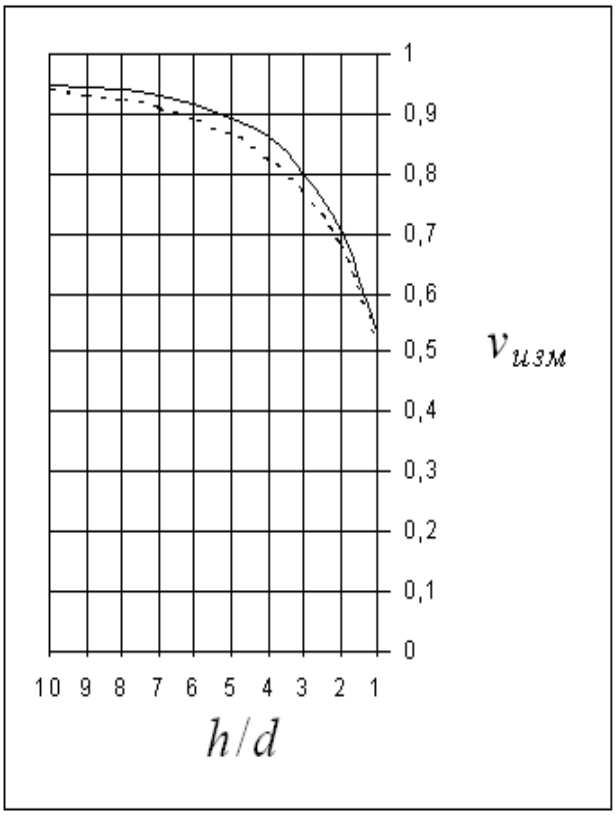

Рис. 4.4. Палетка $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанная программным комплексом «PS-C», используя метод осреднения функциональных поправок (сплошная линия) и метод исключения Гаусса (пунктирная линия) [26]

На рис. 4.5 представлена палетка, рассчитанная методом конечных разностей прямой задачи метода ПС, для случая отсутствия проникновения ($d_{ЗП}/d_c = 1$) [14, 47]. Сопоставление представленных палеток (рис. 4.3-4.4) с палеткой (рис. 4.5) в области тонких пластов ($h/d_c \le 10$) показывает заметную разницу.

Это связано с тем, что в методе конечных разностей (сеток) при расчете в области тонких пластов поправочных коэффициент принимает “ураганные” значения и не может определить точное значение адсорбционного потенциала пласта. Напротив, метод интегральных уравнений более устойчив в области тонких пластов, когда обтекание модели пласта за счет ограниченности в радиальном направлении минимально. Как показано ранее в работах [41, 48] при $h/d_c > 10$ поправка принимает совпадающие значения.

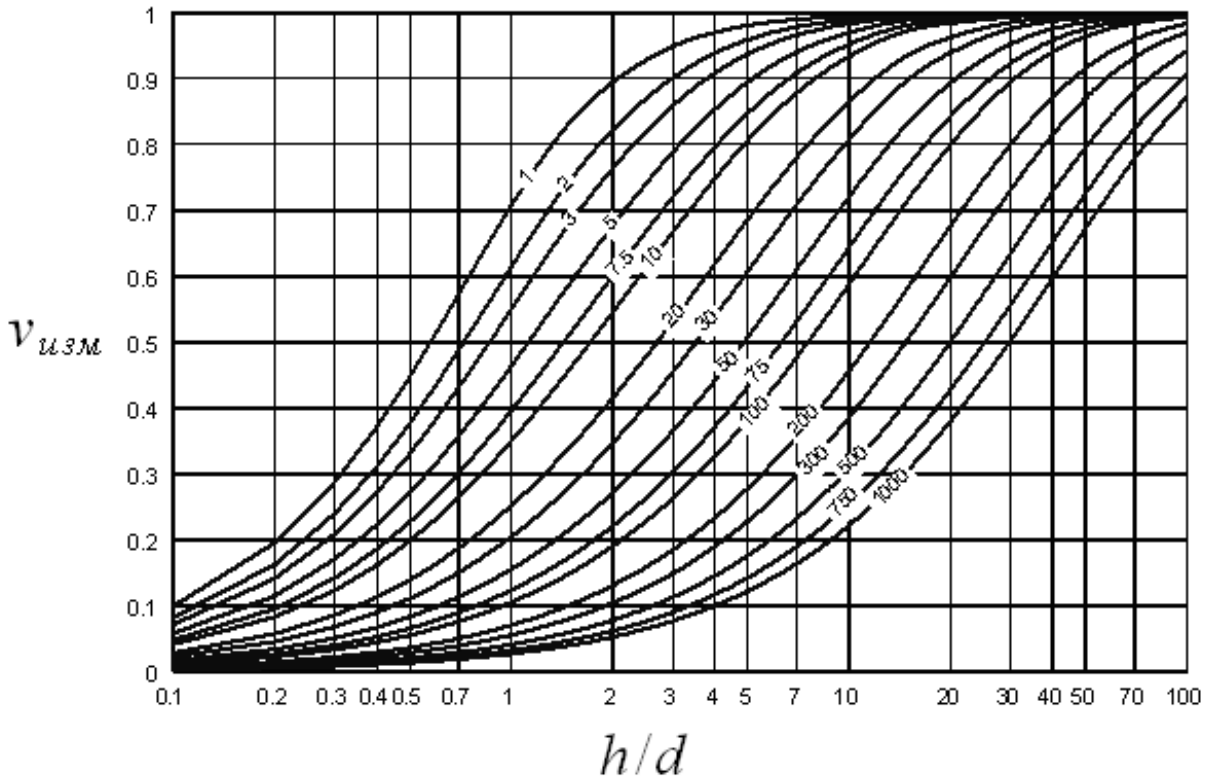

Рис. 4.5. Палетка $v_{изм} = f(h/d)$, рассчитанная методом конечных разностей при различных значениях $\rho_{ПЛ}/\rho_C = \text{const}$ (шифр кривых) [15, 32, 48, 63]

Как отмечалось в главе 2, используемые палетки Шлюмберже могут привести к существенным ошибкам при определении поправочного коэффициента, так как в них учитываются только симметричные модели с одинаковыми физико-геометрическими характеристиками покрывающего и подстилающего пластов.

Учет всех параметров неоднородностей в виде альбома палеток приведет к их несоразмерному увеличению количества, поэтому необходимо создать элек-

тронную палетку, которая позволит в компактном виде учитывать все физико-геометрические параметры.

4.2. Программный комплекс «Paletka_PS»

Для определения поправочного коэффициента и перехода от величины измеренного электрического потенциала к величине истинного адсорбционного потенциала пласта разработан программный комплекс «Paletka_PS» (рис. 4.6). Программный комплекс представляет собой исполняемый exe-файл «Paletka_PS.exe» и шесть вспомогательных exe-файлов, описанных в программном комплексе «PS-C» [31].

По каждому из совокупности введенных данных, таких как: диаметр скважины и зоны проникновения (ЗП) пласта, удельное электрическое сопротивление (УЭС) пласта, ЗП пласта, промывочной жидкости, покрывающих и подстилающих пород, потенциалы покрывающих, подстилающих пород, а также разность между потенциалом покрывающих пород и измеренным потенциалом напротив середины изучаемого пласта-коллектора; программа определения поправочного коэффициента определяет значение параметра и выводит его в окне “Поправка” (2.19), а также рассчитывает истинное значение адсорбционного потенциала пласта (2.7) и выводит его в окне “Адсорбционный потенциал пласта” (рис. 4.6) [31]. Также можно обратиться к файлу с описанием программного комплекса.

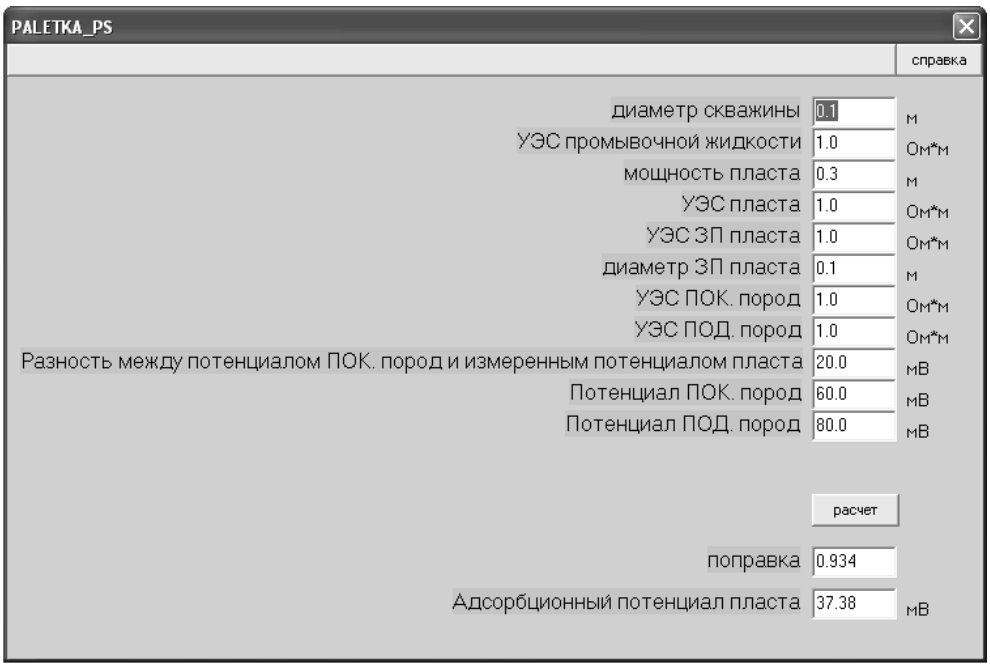

Рис. 4.6. Интерфейс программного комплекса «Paletka_PS» [31]

Установим погрешность потенциала на середине пласта измеряемого на оси скважины не более 1 мВ, а относительную − не более 5%. Относительная погрешность потенциала и поправки равны. Возьмем параметры, которые рассчитываются только в результате интерполяции для оценки точности расчета моделей в программном комплексе «Paletka_PS», т.е. потенциала и поправки и сравним с результатом, посчитанном в программном комплексе «PS_C». Рассмотрим следующие модели с заданием параметров случайным образом (Таблица 4.1, Таблица 4.2).

Таблица 4.1

Расчет модели для теста программного комплекса «Paletka_PS» [31]

Параметры	значения
d_c, м	1
ρ_C, Ом·м	1
h, м	8
$\rho_{ПЛ}$, Ом·м	1
$\rho_{ЗП}$, Ом·м	1
$d_{ЗП}$, м	1
$\rho_{ВМ1}$, Ом·м	1
$\rho_{ВМ2}$, Ом·м	

$U_{ПОК}$, мВ	80
$U_{ПОД}$, мВ	
$U_{АДС}$, мВ(заданный в «PS_C» и полученный в «Paletka_PS»)	20
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «Paletka_PS»)	0,897
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «PS_C»)	0,898
$U_{ПЛ}$ (заданный в «Paletka_PS», мВ	22,30
$U_{ПЛ}$ (рассчитанный в «PS_C») , мВ	22,26
погрешность расчета потенциала	
абсолютная, мВ	0,04
относительная, %	0,2

По результатам проведенного анализа значений потенциала пласта (Таблица 4.1, Таблица 4.2) при интерполяции в программном комплексе «Paletka_PS» относительная погрешность не превышает 5%, а абсолютная − менее 1 мВ от значений потенциала пласта, рассчитанных в программном комплексе «PS_C», что удовлетворяет заданной погрешности. Это означает, что программный комплекс «Paletka_PS» осуществляет восстановление адсорбционного потенциала по известному измеренному значению потенциала пласта [21, 31].

Таблица 4.2

Расчет модели для теста программного комплекса «Paletka_PS» [31]

Параметры	значения
d_c, м	1
ρ_C, Ом·м	1
h, м	2
$\rho_{ПЛ}$, Ом·м	1
$\rho_{ЗП}$, Ом·м	7
$d_{ЗП}$, м	2
$\rho_{ВМ1}$, Ом·м	1
$\rho_{ВМ2}$, Ом·м	
$U_{ПОК}$, мВ	80

$U_{ПОД}$, мВ	
$U_{АДС}$, мВ (заданный в «PS_C» и полученный в «Paletka_PS»)	20
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «Paletka_PS»)	0,542
поправка $v_{изм}$ (рассчитанная в «PS_C»)	0,543
$U_{ПЛ}$ (заданный в «Paletka_PS») , мВ	36,86
$U_{ПЛ}$ (рассчитанный в «PS_C») , мВ	36,85
погрешность расчета потенциала	
абсолютная, мВ	0,01
относительная, %	0,03

4.3. Программный комплекс «PS-F»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «PS-F» предназначено для расчета фильтрационного потенциала на оси скважины, в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.22)-(2.29).

Программный комплекс «PS_F» является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим и фильтрационно-емкостным характеристикам среды и пласта. В числе физико-геометрических и фильтрационно-емкостных факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов и учитываются диаметры скважины и зон проникновения фильтрата бурового раствора в проницаемые части пластов и удельные электропроводности раствора, пластов и зон проникновения, потенциалы течения и проницаемости пластов.

Программный комплекс «PS_F» представляет собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры;
- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, т.е. где результатом является фильтрационный потенциал и его вертикальный градиент на оси скважины в слоистой среде и поправка за фильтрацию;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_F.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных «INPUT_F.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF.EXE»;
- программа расчета градиента давления «GRADP_F.EXE», реализующая интегральное уравнение (2.29), записанное в обобщенном виде (3.1), сводиться к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12);
- программа расчета градиента давления «GRADP_FT.EXE», реализующая интегральное уравнение (2.29), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34);
- программа расчета потенциал и напряженности источника давления (поля течения) в однородной среде «NORM_F.EXE», реализующая выражения (2.24) и (2.26);
- программа расчета потенциала и напряженности источника давления (поля течения) в неоднородной среде «ANOM _F.EXE», реализующая выражения (2.23) и (2.25). Интегральное уравнение (2.25), записанное в обобщенном виде (3.13), сводиться к дискретному виду (3.17) или СЛАУ (3.18-3.19), а интегральная формула (2.23) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;

- программа расчета потенциала и напряженности источника давления (поля течения) в неоднородной среде «ANOM _FT.EXE», реализующая выражения (2.23) и (2.25). Интегральное уравнение (2.25), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.23) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_F.EXE»;
- программа внесения поправки за фильтрацию «popravka_F.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Графическая реализация программного комплекса «PS_F» аналогична программному комплексу «PS_C».

Расчеты потенциалов течения, реализованные с помощью программного комплекса «PS_F» и представленные на рис. 4.7, выполнены при следующих физико-геометрических параметрах: диаметр скважины d_C = 0,2 м; мощность продуктивного пласта h = 2 м; отношение коэффициентов потенциала течения в неоднородной и во вмещающей средах L/L_0=100 при L_0 = $1{,}5\cdot10^{-6}$ В/Па; отношение проницаемостей в неоднородной и во вмещающей средах c/c_0 =100 при c_0=10^{-13} м^2; радиус контура питания 30 м при различных дебитах Q скважины [20]. Так как на рис. 4.7. h/d_C = 10, то разница между результатами потенциала фильтрации, полученными при решении систем интегральных уравнений для напряженности поля и градиента давления, а именно методом исключения Гаусса и методом осреднения функциональных поправок, несущественна, и составила сотые доли милливольт [26].

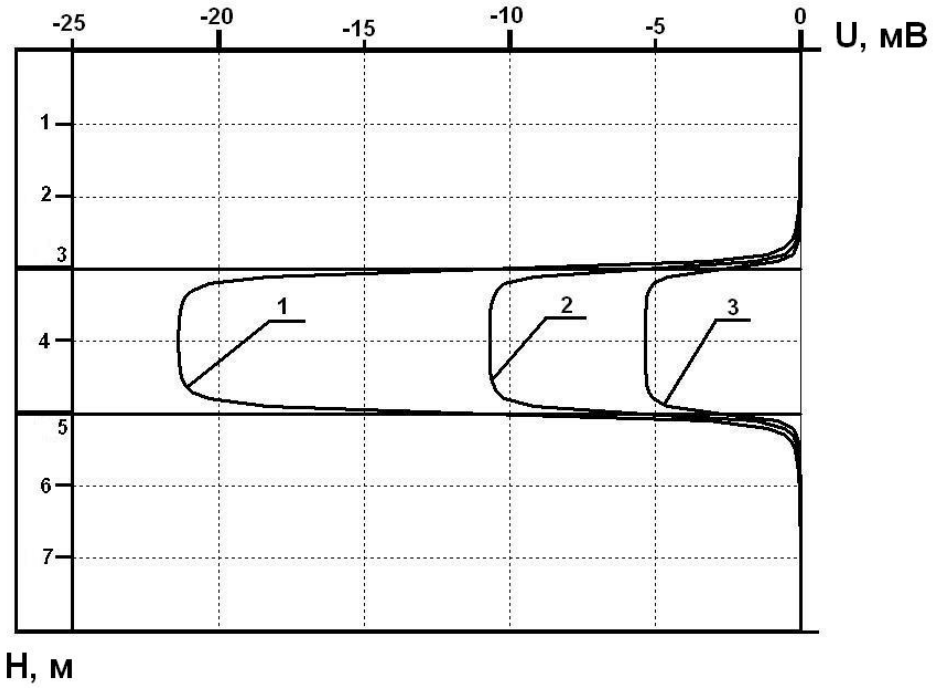

Рис. 4.7. Кривые фильтрационного потенциала на оси скважины при заданных параметрах и дебите скважины Q = 20 м^3/сутки (линия 1); Q = 10 м^3/сутки (линия 2); Q = 5 м^3/сутки (линия 3) [20]

Величина электрического потенциала фильтрации, создаваемого течением флюида из проницаемых пород пласта-коллектора в скважину при положительном дебите, возникающем за счет превышения литостатического давления горных пород над гидростатическим давлением, может вносить заметный вклад в измеряемый потенциал [20].

Потенциал фильтрации имеет отрицательную величину и носит локальный характер с минимумом потенциала напротив середины проницаемого пласта, представленного обычно песчаниками, среди плохо проницаемых глинистых отложений, поскольку их контрастность проницаемостей может составлять величину до двух и более порядков.

При интерпретации материалов каротажа методом ПС необходим учет величины потенциала фильтрации, поскольку складываясь с величиной потенциала адсорбции, он увеличивает локальную аномалию потенциала ПС. В дальнейшем это приведет к завышению определяемого собственного адсорбционного потенциала пласта-коллектора $U_{АДС}$ и, соответственно, к завышению его коэффициента

пористости.

4.4. Программный комплекс «PS-DT»

Созданное программное обеспечение в виде программного комплекса «PS-DT» предназначено для расчета диффузионного потенциала на оси скважины, в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.33)-(2.41), (2.56)-(2.58).

Программный комплекс «PS_DT» является программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией для расчета электрического поля, создаваемого диффузией вещества (или раствора) по формуле В.Нернста и производит расчет потенциала на оси скважины по заданным физико-геометрическим и фильтрационно-емкостных характеристикам среды и пласта, а также во времени. В числе физико-геометрических и фильтрационно-емкостных факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов и учитываются диаметры скважины и зон проникновения фильтрата бурового раствора в проницаемые части пластов и удельные электропроводности и концентрации раствора, пластов и зон проникновения.

Программный комплекс «PS_DT» представляет собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры;
- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, т.е. где результатом является диффузионный потенциал на оси скважины в слоистой среде и поправка за диффузию;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_DT.exe» содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и

фильтрационно-емкостных данных;

- программа обработки и расчета диффузионного потенциала в неоднородной среде «iznach_DT.exe» в момент прекращения бурения, реализующая выражения (2.41);
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF_DT.EXE»;
- программа обработки и расчета диффузионного потенциала в неоднородной среде «konech_DT.exe» в момент, когда диффузионная зона оказалась в равновесном состоянии, реализующая выражения (2.41) и (2.57);
- программы обработки и расчета диффузионного потенциала в неоднородной среде в произвольный момент времени с точным (2.58) «promeg_DT.exe» и приближенным (2.58) «promegpribl_DT.exe» решениями, реализующие выражения (2.41);
- программа внесения поправки за диффузию «popravka_DT.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Графическая реализация программного комплекса «PS_DT» аналогична программному комплексу «PS_C».

С помощью программного комплекса «PS-DT» можно установить изменение размера зоны проникновения и время установления равновесного состояния в скважине.

Примем диаметр скважины $d_c = 0{,}1$ м, мощность продуктивного пласта $h = 2$ м и отношения концентраций $\frac{C_{пок}}{C_{пж}} = \frac{C_{под}}{C_{пж}} = 2$, $\frac{C_{пл}}{C_{пж}} = 3$ или $\frac{C_{пок}}{C_{пж}} = \frac{C_{под}}{C_{пж}} = \frac{1}{3}$, $\frac{C_{пл}}{C_{пж}} = \frac{1}{2}$, где $C_{пок}$, $C_{под}$, $C_{пл}$, $C_{пж}$ – концентрации вещества в покрывающем, подстилающем, продуктивном пластах и концентрация вещества в промывочной жидкости соответственно, кг-экв/м^3. На рис. 4.8 слева штриховая линия – $C_{зп} = C_{пж}$, диаметр зоны проникновения $d_{зп} = 1$ м; сплошная линия – $d_{зп} = 0$ м. Время установления равновесного состояния около 500 дней. При этом считается,

что концентрации пластовых вод и промывочной жидкости неизменно.

На рис. 4.8 справа штриховая линия – $C_{зп} = C_{пж}$, $d_{зп} = 0{,}3\ м$; сплошная линия – $d_{зп} = 0\ м$. Время установления равновесного состояния около 43 дней [22, 24].

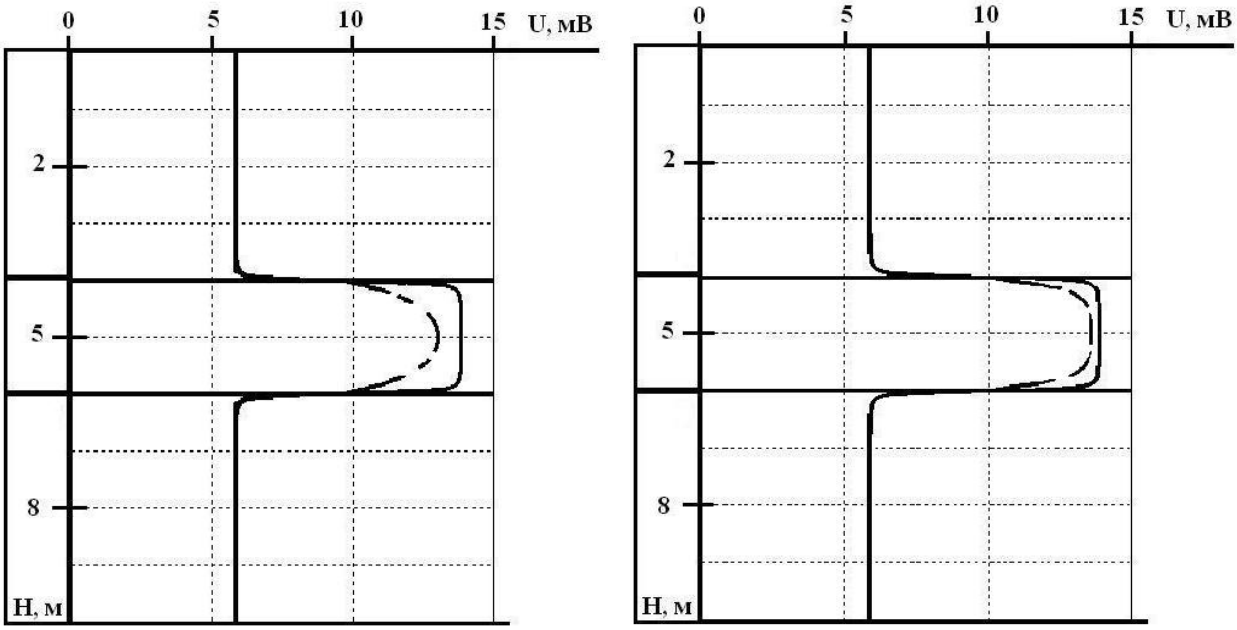

Рис. 4.8. Кривые диффузионного потенциала на оси скважины при различных диаметрах зоны проникновения и концентрациях вещества для единичной валентности анионов [22, 24]

4.5. Программные комплексы «PS-D» и «PS-DK»

Созданное программное обеспечение в виде программных комплексов «PS-D» и «PS-DK» предназначено для расчета фильтрационного потенциала на оси скважины, в слоистой электрически неоднородной среде, реализующее выражения (2.22), (2.29), (2.44)-(2.45), (2.50)-(2.51), (2.60-2.61).

Программные комплексы «PS_D» и «PS-DK» являются программной реализацией прямой трехмерной задачи для модели с цилиндрической симметрией для расчета электрического поля, создаваемого диффузией вещества (раствора) без учета и с учетом конвективного переноса и производят расчет потенциала по заданным физико-геометрическим и фильтрационно-емкостным характеристикам

среды и пласта, а также во времени. В числе физико-геометрических и фильтрационно-емкостных факторов, влияющих на величину потенциала, кроме мощностей пластов учитываются диаметры скважины и зон проникновения фильтрата бурового раствора в проницаемые части пластов, а также удельные электропроводности и концентрации раствора, пластов и зон проникновения, коэффициенты пористости пластов.

Программные комплексы «PS_D» и «PS_DK» представляют собой основной каталог, в котором расположены рабочие исполняемые exe-файлы, а также подкаталоги для хранения вспомогательных файлов:

- файлы с исходными данными и описанием их структуры;
- файлы с протоколом исходных данных и результатов расчетов, где результатом является фильтрационный потенциал и его градиенты на оси скважины в слоистой среде и поправка за фильтрацию;
- файл с описанием программного комплекса.

Состав программного комплекса «PS_D»:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_D.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных «INPUT_D.EXE»;
- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF_D.EXE»;
- программа расчета концентрации и градиента концентрации «GRADC_D.EXE», реализующая выражения (2.44) и (2.45). Интегральное уравнение (2.45), записанное в обобщенном виде (3.1), сводится к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12), а интегральная формула (2.44) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам;
- программа расчета концентрации и градиента концентрации «GRADC_DT.EXE», реализующая выражения (2.44) и (2.45). Интегральное

уравнение (2.45), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.44) – к обобщенному (3.35) и дискретному (3.37) видам;

- программа расчета потенциала и напряженности диффузионного потенциала в однородной среде «NORM_D.EXE», реализующая выражения (2.50) и (2.53);
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM _D.EXE», реализующая выражения (2.51) и (2.52). Интегральное уравнение (2.52), записанное в обобщенном виде (3.13), сводится к дискретному виду (3.17) или СЛАУ (3.18-3.19), а интегральная формула (2.51) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM _DT.EXE», реализующая выражения (2.51) и (2.52). Интегральное уравнение (2.52), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.51) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности электрического поля на оси скважины «GRAF_D.EXE»;
- программа внесения поправки за фильтрацию «popravka_D.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Состав программного комплекса «PS_DK»:

- командный файл для запуска в графическом режиме работы «PS_DK.exe», содержащий возможность ввода исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных;
- программа обработки исходных физико-геометрических и фильтрационно-емкостных данных «INPUT_ DK.EXE»;

- программа графического изображения геометрии модели «INPUT_GRAF_ DK.EXE»;
- программа расчета градиента давления «GRADP_DK.EXE», реализующая выражения (2.29). Интегральное уравнение (2.29), записанное в обобщенном виде (3.1), сводится к дискретному виду (3.10) или СЛАУ (3.11-3.12);
- программа расчета градиента давления «GRADP_ DKT.EXE», реализующая интегральное уравнение (2.29), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34);
- программа расчета градиента концентрации и градиента концентрации «GRADC_DK.EXE», реализующая выражения (2.59) и (2.60). Интегральное уравнение (2.60), записанное в обобщенном виде (3.20), сводится к дискретному виду (3.25) или СЛАУ (3.26-3.27), а интегральная формула (2.59) – к обобщенному (3.41) и дискретному (3.43) видам;
- программа расчета концентрации и градиента концентрации «GRADC_DKT.EXE», реализующая выражения (2.59) и (2.60). Интегральное уравнение (2.60), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34) , а интегральная формула (2.59) – к обобщенному (3.41) и дискретному (3.43) видам;
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в однородной среде «NORM_DK.EXE», реализующая выражения (3.31) и (2.53);
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в неоднородной среде «ANOM _DK.EXE», реализующая выражения (2.51) и (2.52). Интегральное уравнение (2.52), записанное в обобщенном виде (3.13), сводится к дискретному виду (3.17) или СЛАУ (3.18-3.19), а интегральная формула (2.51) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;
- программа расчета потенциала и градиента диффузионного потенциала в

неоднородной среде «ANOM _DKT.EXE», реализующая выражения (2.51) и (2.52). Интегральное уравнение (2.52), записанное в обобщенном виде (3.28), используя при решении метод осреднения функциональных поправок (3.30-3.34), а интегральная формула (2.51) – к обобщенному (3.38) и дискретному (3.40) видам;

- программа графического представления результатов расчетов электрического потенциала и напряженности на оси скважины «GRAF_DK.EXE»;
- программа внесения поправки за фильтрацию «popravka_DK.exe» для корректировки измеренного потенциала ПС.

Графическая реализация программных комплексов «PS_D» и «PS_DK» аналогична программному комплексу «PS_C».

На рис. 4.9 и 4.10 приведены результаты расчетов диффузионного потенциала с учетом и без учета конвекции на оси скважины, реализованного программными комплексами «PS-D» и «PS-DK», при следующих физико-геометрических параметрах: радиус скважины d_C = 0,2 м, отношение проницаемостей c/c_0 =100, если c_0 =10^{-13} м^2, концентрация солей C: во вмещающих породах 30 кг-экв/м^3, в промывочной жидкости 8 кг-экв/м^3 с коэффициентом пористости 0.1, в продуктивном пласте 40 кг-экв/м^3, мощность пласта h = 5 м (рис. 4.9) и h = 10 м с коэффициентом пористости 0,6 (рис.4.10) в однородной по электропроводности среде σ_0 = 0,01 См/м при различных дебитах. Так как на рис. 4.9-4.10 h/d_C >10, то разница между результатами потенциала диффузии, полученными при решении систем интегральных уравнений для напряженности поля, градиента давления и концентрации, а именно методом исключения Гаусса и методом осреднения функциональных поправок, несущественна, и составила сотые доли милливольт [26].

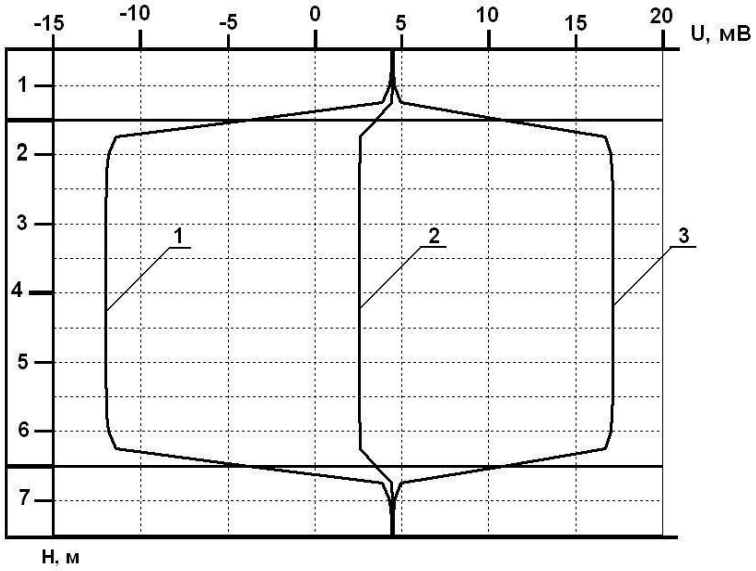

Рис. 4.9. Кривые диффузионного потенциала на оси скважины для пласта мощностью h = 5 м при дебитах Q: 5 м^3/сутки (1); 2,5 м^3/сутки (2); 0 м^3/сутки (3) [30]

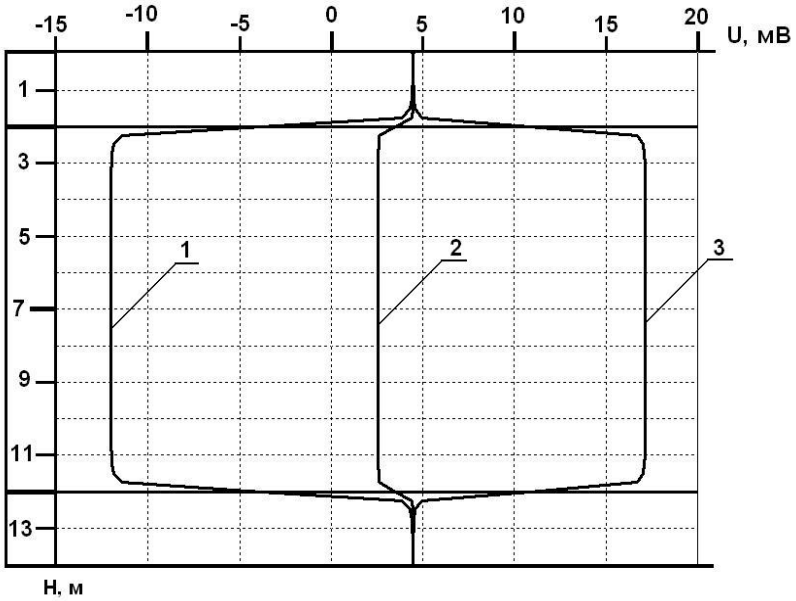

Рис. 4.10. Кривые диффузионного потенциала на оси скважины для пласта мощностью h = 10 м при дебитах Q: 10 м^3/сутки (1); 5 м^3/сутки (2); 0 м^3/сутки (3) [30]

Из рис. 4.9 - 4.10 следует, что электрический потенциал, создаваемый диффузией растворов солей из пор горных пород в пространство скважины, заполненной буровым раствором (промывочной жидкостью) без учета конвекции (Q = 0 м^3/сутки) является положительным, составляет величину порядка 10 ÷ 15 мВ и может вносить заметный вклад в измеряемый потенциал [30].

Потенциал диффузии без учета конвективного переноса имеет положительную величину и, поскольку как пласт-коллектор (песчаники), так и вмещающие породы (глинистые отложения) обладают пористостью одного порядка, складываясь с адсорбционным потенциалом, приводит к изменению величины измеряемого потенциала по всему стволу скважины.

По мере выстаивания скважины после прекращения бурения и установления равновесного состояния среды, величина диффузионного потенциала уменьшается. Кроме требуемых режимных измерений потенциала ПС, для определения вклада диффузионного потенциала, необходимо учитывать уменьшение сопротивления бурового раствора (промывочной жидкости), поскольку происходит засоление промывочной жидкости фильтратом пластового флюида, что приводит к дополнительному уменьшению измеряемого потенциала по оси скважины.

4.6. Вклад в потенциал ПС потенциалов адсорбции, диффузии и течения

В заключение этой главы приведен пример расчетов потенциала ПС на оси скважины, пересекающей пласт, с учетом всех эффектов возникновения электрического поля – адсорбции, диффузии и течения для оценки возможной погрешности, получаемой при определении поправочного коэффициента $\nu_{изм}$.

На рис. 4.11 приведены кривые потенциалов ПС, рассчитанные с помощью программных комплексов «PS-C», «PS-F» и «PS-DK», при следующих физико-геометрических параметрах: диаметры скважины d_C = 0,2 м и зоны проникновения $d_{ЗП}$ =1 м; мощность пласта h = 3 м; величины адсорбционных потенциалов пласта, покрывающих и подстилающих сред соответственно равны 20 мВ, 80 мВ и 60 мВ.

Кривая 1 показывает величину и характер адсорбционного потенциала при удельных электропроводностях вмещающей среды σ_0= 1 См/м; промывочной жидкости $\sigma_{ПЖ}$ = 1 См/м; пласта $\sigma_{ПЛ}$ =0,02 См/м; зоны проникновения

$\sigma_{ЗП}$=0,1 См/м.

Кривая 2 – потенциал адсорбции с теми же параметрами с учетом электрического поля диффузии при концентрации солей *C*: во вмещающих породах 30 кг-экв/м^3; в промывочной жидкости 8 кг-экв/м^3; в пласте 40 кг-экв/м^3; коэффициенты пористости вмещающих пород 0,1 и пласта 0,2.

Кривая 3 – потенциал адсорбции и диффузии с теми же параметрами с учетом электрического поля фильтрации при отношении проницаемостей c/c_0 =10^3, если c_0 =10^{-13} м^2; коэффициенты потенциала течения пласта L=8·10^{-6} В/Па, вмещающей среды L_0=0,4·10^{-8} В/Па; радиус контура питания 30 м для дебита жидкости из скважины Q=6 м^3/сутки.

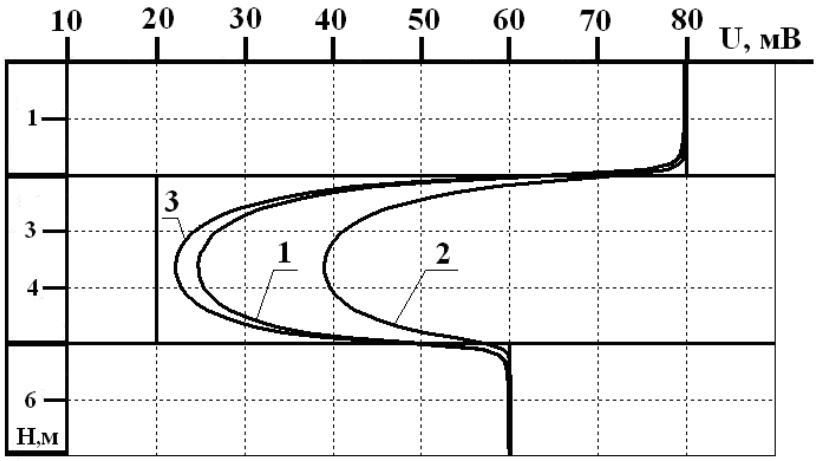

Рис. 4.11. Кривые потенциала ПС на оси скважины:
1 – потенциал адсорбции; 2 – потенциал адсорбции с диффузией;
3 – потенциал адсорбции с диффузией и фильтрацией [25]

Величины поправочных коэффициентов $\nu_{изм}$ и собственных адсорбционных потенциалов $U_{АДС}$, определяемые по значениям потенциалов напротив середины пласта, составляют:

1. – по потенциалу адсорбции (кривая 1) $\nu_{изм}$= 0,79, собственный адсорбционный потенциал $U_{АДС}$ = 20 мВ;

2. – по потенциалу адсорбции с диффузией (кривая 2) $\nu_{изм}$= 0,91, собственный ад-

сорбционный потенциал $U_{АДС}$ = 36 мВ;

3. – по потенциалу адсорбции с диффузией и фильтрацией (кривая 3) $\nu_{изм}$ = 0,76, собственный адсорбционный потенциал $U_{АДС}$ = 17 мВ.

Относительные погрешности определения собственного потенциала пласта $U_{АДС}$ составляют величины 80% и 15% соответственно для случаев 2 и 3 [25].

Из приведенного примера следует, что при интерпретации материалов каротажа методом ПС без учета эффектов электрического поля, создаваемого диффузией вещества и течения флюидов из вмещающей среды в пространство скважины, определяемая величина собственного потенциала $U_{АДС}$ продуктивного пласта может вдвое и более отличаться от истинной. В дальнейшем, используя экспериментально устанавливаемые корреляционные связи между $U_{АДС}$ и $k_п$, это приведет к неточной оценке коэффициента пористости продуктивного пласта.

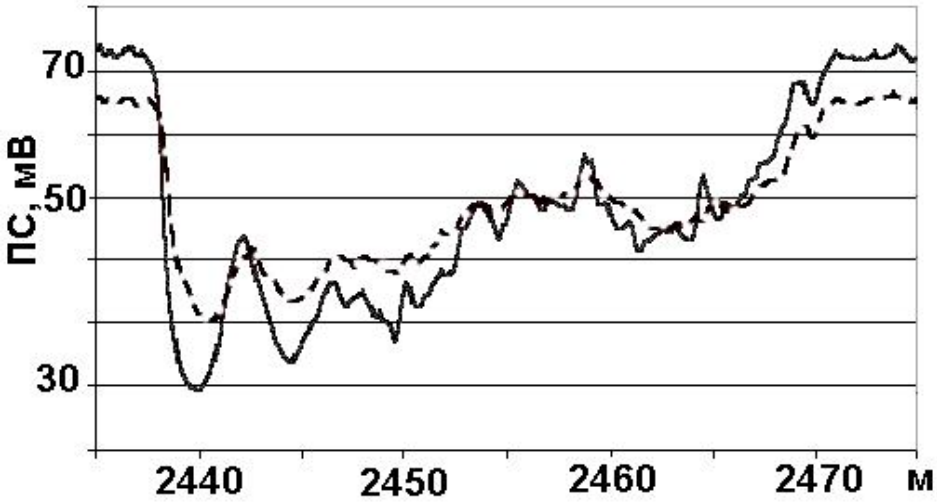

Рис. 4.12. Диаграмма каротажа ПС в скважине 164 (а) Когалымского месторождения. Сплошная линия – сразу после проходки, штриховая – через две недели. Материалы предоставлены И.Н. Ельцовым [41]

На рис. 4.12 и 4.13 показана динамика изменения ПС в первые две недели после проходки исследуемых интервалов скважины. На диаграммах хорошо наблюдаются сползание кривых потенциала ПС как в сторону увеличения, так и

уменьшения значений потенциала, что может быть обусловлено нестационарной диффузией вещества и фильтрацией флюида из проницаемых интервалов пород в скважины.

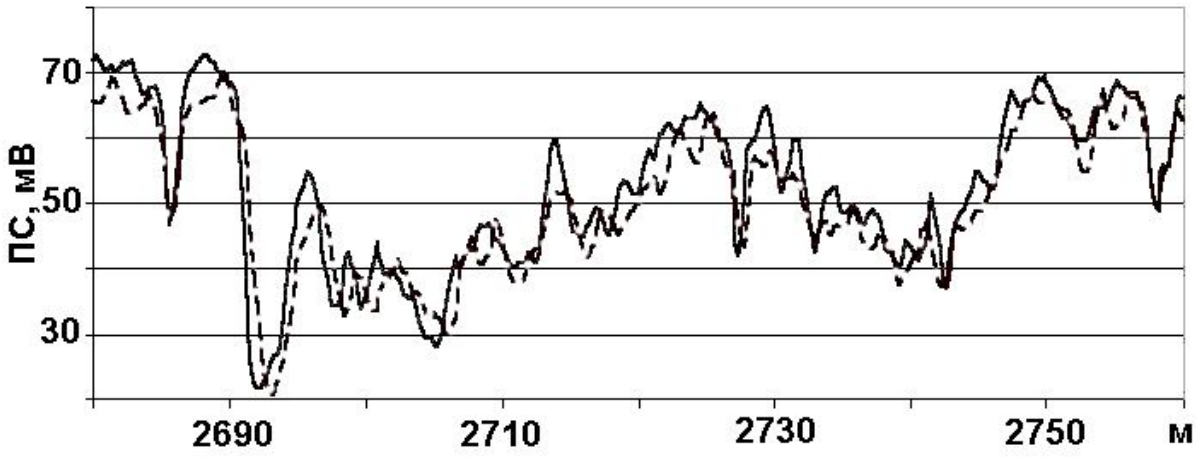

Рис. 4.13. Диаграмма каротажа ПС в скважине 6113 (б) Когалымского месторождения. Сплошная линия – сразу после проходки, штриховая – через две недели. Материалы предоставлены И.Н. Ельцовым [41]

Заключение:

1. Представлены результаты математического моделирования с помощью различных программных комплексов, в том числе зарегистрированного в государственном реестре программ для ЭВМ «Программный комплекс PS-C».

2. Величины электрических потенциалов диффузии и фильтрации вносят заметный дополнительный вклад в измеряемый потенциал спонтанной поляризации и необходим их учет для более точного определения величины адсорбционного потенциала пласта-коллектора при определении его фильтрационно-емкостных параметров.

3. Сопоставлены результаты электрического потенциала адсорбции, диффузии и фильтрации на середине пласта-коллектора при решении систем интегральных уравнений методом осреднения функциональных поправок и методом исключения Гаусса. Более точный результат расчета потенциала ПС получается при использовании метода осреднения функциональных поправок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований определены перспективы для более успешного использования метода ПС.

Во-первых, под теорию метода спонтанной поляризации подведена строгая теоретическая база, а именно: построена математическая модель объекта исследования – проводящей, пористой и проницаемой неоднородной среды, заполненной флюидом, в виде плотности функции Лагранжа. Построенная плотность функции Лагранжа приводит к системе дифференциальных уравнений в частных производных, которая в совокупности с соответствующими граничными условиями описывает процесс генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации, учитывающее электрическое поле эффектов адсорбции, диффузии и течения.

Во-вторых, с применением электронной палетки вычисления поправочного коэффициента для перехода от значений измеренного электрического потенциала спонтанной поляризации ПС на оси скважины напротив пласта-коллектора к истинной величине адсорбционного потенциала пород.

В-третьих, с привлечением дополнительных данных для учета всех компонентов, составляющих измеряемое электрическое поле, а именно: электрического поля течения и диффузии вещества с целью выделения потенциала, связанного с адсорбцией.

Дополнительный вклад в основной потенциал адсорбции двух потенциалов диффузии и течения приводит как к завышению, так и к занижению определяемого коэффициента пористости с вытекающими отсюда последствиями для подсчета запасов.

Улучшение качества интерпретации материалов измерений методом ПС связано с корректировкой подходов к обработке данных и привлечением результатов исследований другими методами каротажа и данными лабораторных исследований. Такими исходными данными и применяемыми для их определения методами каротажа являются: диаметр скважины (по результатам метода каверно-

метрии), диаметр и удельное электрическое сопротивление (УЭС) зоны проникновения пласта (по данным методов высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ) и бокового каротажного зондирования (БКЗ)), УЭС промывочной жидкости (по данным резистивиметрии), УЭС пласта, УЭС покрывающих и подстилающих пород (по данным методов ВИКИЗ, БКЗ и кажущегося сопротивления (КС)).

Исходные данные, необходимые для учета электрических эффектов течения и диффузии вещества, основываются на данных методов расходометрии, дебитометрии, а также лабораторных исследованиях состава и концентрации солей во флюидах, насыщающих пористые коллекторы, и в промывочной жидкости скважины.

Для практического применения выполненных исследований необходимо провести дополнительные экспериментальные исследования по динамике диффузионного потенциала при режимных измерениях в скважине, а также исследования фильтрационного потенциала при напорном и безнапорном режимах работы скважины.

В настоящей работе рассмотрены практически все физические аспекты теории каротажа методом ПС, кроме потенциалов физико-химического происхождения (окислительно-восстановительных) и предложены новые оригинальные подходы, которые позволяют надеяться на повышение эффективности его применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрикосов А.И. Прямая задача распределения поля потенциалов собственной поляризации в скважине в неоднородных средах / А.И. Абрикосов. – Нефтегаз. геол. и геофизика, 1978, вып. 6. – С. 24-27.
2. Альбом палеток и номограмм для интерпретации промыслово-геофизических данных. – М.: Недра, 1984. – 200 с.
3. Антропов Л.И. Теоретическая электрохимия / Л.И. Антропов. – М.: Высшая школа, 1965. – 512 с.
4. Аравин В.И. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде / В.И. Аравин, С.Н. Нумеров. – М.: Гостеортехиздат, 1953. – С. 39-46.
5. Баранов В.Я. Электрокинетические явления. Учебное пособие / В.Я. Баранов, В.И. Фролов. – М.: ФГУП «Нефть и газ», РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2007. – 54 с.
6. Батыгин В.В. Современная электродинамика, часть 1. Микроскопическая теория: Учебное пособие / В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 736 с.
7. Будак Б.М. Сборник задач по математической физике / Б.М. Будак, А.А. Самарский, А. Н. Тихонов. – М.: Наука, 1972. – 688 с.
8. Бурсиан В.Р. К вопросу о распределении потенциала вдоль оси скважины при наличии диффузионных (контактных) э.д.с / В. Р. Бурсиан. – Бюллетень нефтяной геофизики, 1936, вып.З. – С. 65–102.
9. Ванько В.И. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. для вузов / В.И. Ванько, О.В. Ермошина, Г.Н. Кувыркин. Под. ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, – 488 с.
10. Вендельштейн Б.Ю. Исследование разрезов нефтяных и газовых скважин методом собственных потенциалов / Б.Ю. Вендельштейн. – М.: Недра, 1966. – 206 с.

11. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. Учеб. пособие для вузов / В.М. Вержбицкий. –М: Высш. шк., 2001. – 384 стр.
12. Воеводин В. В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
13. Вычислительные математика и техника в разведочной геофизике. Справочник геофизика. Изд. 2-ое. – М.: Недра, 1990. – 498 с.
14. Гузеев С.А. Определение адсорбционного потенциала через характеристики двойного слоя / С.А. Гузеев, В.В. Кормильцев – Екатеринбург: Уральский геофизический вестник, 2004. № 6. – С. 22-28.
15. Дахнов В.Н. Интерпретация результатов исследований разрезов скважин/ В.Н. Дахнов. – 2-е изд.. – М.: Недра, 1982. – 547 с.
16. Дахнов В.Н. Электрические и магнитные методы исследования скважин/ В.Н. Дахнов. – М., Недра, 1981. – 344 с.
17. Жаворонкова В.В. Результаты изучения электрокинетического потенциала методом потенциалов течения / В.В. Жаворонкова, В.В. Кормильцев // Механо-электрические явления во влажных горных породах. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1982. – С. 32-35.
18. Журавлёв В.П. Моделирование каротажа ПС пластов конечной мощности / В.П. Журавлёв, Г.П. Васильева. – Прикладная геофизика, 1970, вып. 60. – С. 200-213.
19. Иванов В.Т. Решение задачи о распределении поля собственной поляризации в неоднородной среде с учетом зоны проникновения / В.Т. Иванов, В.Л. Комаров, Л.Н. Подлипчук. – Изв. Вузов. Геология и разведка. 1971. № 11. – С. 118-123.
20. Исламгалиев Д.В. Вклад электрического фильтрационного потенциала в самопроизвольный при интерпретации каротажа спонтанной поляризации / Д.В. Исламгалиев, О.Б. Кузьмичев, А.Н. Ратушняк. – НТВ Каротажник – 2012. №2 (212). – С. 49-56.
21. Исламгалиев Д.В. Вычисление потенциала спонтанной поляризации (ПС) на

оси скважины / Д. В. Исламгалиев // II Международный симпозиум «Геофизика XXI века». – Екатеринбург, УГГУ, 2012. – С. 139-141.

22. Исламгалиев Д.В. Диффузионный потенциал и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС / Д.В. Исламгалиев // Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Шестые научные чтения Ю. П. Булашевича. Материалы конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2011. – С. 170-172.
23. Исламгалиев Д.В. Диффузионный потенциал и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС / Д.В. Исламгалиев // Двенадцатая Уральская молодежная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ Уро РАН, 2011. – С. 100-102.
24. Исламгалиев Д.В. Диффузионный потенциал и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС/ Д.В. Исламгалиев, О.Б. Кузьмичев, А.Н. Ратушняк // Известия ВУЗов. Горный журнал. 2012. № 2. С.162-167.
25. Исламгалиев Д.В. Изучение электрического поля адсорбции, диффузии и течения в неоднородной среде / Д.В. Исламгалиев // Четырнадцатая Уральская молодежная школа по геофизике: Сборник науч. материалов. – Пермь: ГИ Уро РАН, 2013. – С. 138-140.
26. Исламгалиев Д.В. Математическая модель генерации электрического поля в методе спонтанной поляризации / Д.В. Исламгалиев, В.Б. Сурнев // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2013. № 10. С.337-343.
27. Исламгалиев Д.В. Потенциал спонтанной поляризации (ПС) на оси скважины и функция Грина для расчета потенциала ПС / Д.В. Исламгалиев // Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2012. – С. 182-183.
28. Исламгалиев Д.В. Фильтрационный потенциал в первом приближении и его вклад в потенциал спонтанной поляризации при интерпретации каротажа скважин методом ПС/ Д.В. Исламгалиев // Международная научно-

практическая конференция «Уральская горная школа – регионам». – Екатеринбург: УГГУ, 2011. – С. 100-101.

29. Исламгалиев Д.В. Электрическое поле диффузии / Д.В. Исламгалиев // Тринадцатая Уральская молодежная школа по геофизике: Сборник докладов. УрО РАН, 2012. – С. 93-94.
30. Исламгалиев Д.В. Электрическое поле диффузии с конвективным переносом вещества в неоднородной среде / Д.В. Исламгалиев, О.Б. Кузьмичев, А.Н. Ратушняк. – Известия ВУЗов. Горный журнал. 2012. № 3. – С. 160-164.
31. Исламгалиев Д.В. Электронные палетки Шлюмберже для интерпретации каротажа скважин методом спонтанной поляризации (ПС) / Д.В. Исламгалиев // Международный научно-практический симпозиум. Уральская горная школа. – Екатеринбург: УГГУ, 2010. – С. 66-68.
32. Итенберг С.С. Интерпретация результатов геофизических исследований скважин / С.С. Итенберг – 2-е изд. – М.: Недра, 1987. – 375 с.
33. Кобранова В.Н. Петрофизика / В.Н. Кобранова – М.: Недра, 1986. – 392 с.
34. Колосов А.Л. Решение задач электрометрии скважин на ЭВМ / А.Л. Колосов – Киев: Наукова думка, 1977.
35. Комаров С.Г. Влияние гальванокоррозии на кривые ПС/ С.Г. Комаров // Прикладная геофизика. 1945. – С. 87-91.
36. Комаров С.Г. Проведение электрического каротажа при сильных блуждающих токах / С.Г. Комаров, Н.Н. Сохранов, В.Т. Чукин // Прикладная геофизика. 1953, вып. 10. – С. 36-47.
37. Корбетт П. Новые подходы к описанию пластов на Сибирских нефтяных месторождениях (на примере Крапивинского и Малобалыкского месторождений) / П. Корбетт, А. Дятлов, Т. Кулагина, А. Посысоев, Р. Вестерман, С. Женг, К. Абабков // Интенсификация добычи нефти: Материалы Международной научно-практической конференции – Томск, 2004. – С. 49–56.
38. Кормильцев В.В. Адсорбционный потенциал и теория ПС в газовых скважинах/ В.В. Кормильцев, О.Б. Кузьмичев, А.Н. Ратушняк // НТВ Каротажник, 2005. № 12-13. – 163-171 с.

39. Кормильцев В.В. Моделирование геофизических полей при помощи объемных векторных интегральных уравнений / В.В. Кормильцев, А.Н. Ратушняк – Изд. 2-е. – Екатеринбург: РФФИ – УрО РАН, 2000. – 98 с.
40. Кормильцев В.В. Определение электрического поля диффузии раствора электролита в пористой среде при помощи интегральных уравнений / В.В. Кормильцев, А.Н. Ратушняк // Деп. в ВИНИТИ. 1995. № 2190 – В95. – 13 с.
41. Кормильцев В.В. Теоретические и экспериментальные основы спонтанной поляризации горных пород в нефтегазовых скважинах / В.В. Кормильцев, А.Н. Ратушняк – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – 135 с.
42. Кормильцев В.В. Электрическое и магнитное поле при течении жидкости в пористой среде с локальными неоднородностями фильтрационных и электрических свойств / В.В. Кормильцев, А.Н. Ратушняк // Физика Земли. 1997. № 8. – С.81-87.
43. Кормильцев В.В. Электрокинетические явления в пористых горных породах / В.В. Кормильцев // Деп. в ВИНИТИ №195-В95, 1995. – 48 с.
44. Кошовкин И.Н. Отображение неоднородностей терригенных коллекторов при построении геологических моделей нефтяных месторождений / И.Н. Кошовкин, В.Б. Белозеров // Известия Томского политехнического университета. – Томск: ТПУ, 2007. – С.26-32.
45. Краев А. П. Основы геоэлектрики / А. П. Краев – 2-е изд. – Л.: Недра, 1965. – 587 с.
46. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. (Введение в теорию) / М.Л. Краснов – М.-Л.: Наука, 1975. – 304 с.
47. Крылов В.И. Начала теории вычислительных методов / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный // Интегральные уравнения, некорректные задачи и улучшение сходимости. – Минск: Наука и техника, 1984. – 356 с.
48. Кузьмичев О.Б. Исследование электрических полей естественного происхождения в нефтегазоразведочных скважинах (теория, аппаратура, методика, скважинные испытания) / О.Б. Кузьмичев – СПб.: Недра, 2006. – 252 с.
49. Кузьмичев О.Б. О перспективах исследований диффузионно-адсорбционных

свойств терригенных коллекторов месторождений Западной Сибири / О.Б. Кузьмичев, А.Н. Ратушняк // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. 2010. № 5. – С. 53-57.

50. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т.6 Гидродинамика. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М.: Наука, 1986. – 736 с.
51. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т.8 Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М.: Наука, 1982. – 622 с.
52. Лучка А.Ю. Теория и применение метода осреднения функциональных поправок / А.Ю. Лучка. – Киев: ИАН УССР,1963. – 127 с.
53. Методические рекомендации по определению подсчетных параметров залежей нефти и газа по материалам геофизических исследований скважин с привлечением результатов анализа керна, опробований и испытаний продуктивных пластов. Под редакцией Б.Ю. Вендельштейна, В.Ф. Козяра, Г.Г. Яценко. – Калинин: НПО «Союзпромгеофизика», 1990. – 261 с.
54. Методические рекомендации по подсчету геологических запасов нефти и газа объемным методом. Под ред. Петерсилье В.Н. – М.–Тверь, ВНИГНИ, НПЦ Тверьгеофизика, 2003.
55. Нейман Л.Р. Теоретические основы электротехники / Л.Р. Нейман, П.Л. Калантаров – Изд. 5-ое. – М.– Л.: Госэнергоиздат, 1959. – 232 с.
56. Овчинников И.К. Теория поля. – М.: Недра, 1979. – 352 с.
57. Открытие электроосмоса и электрофореза [электронный ресурс]: URL: http://www.powerinfo.ru/electric-layer.php (дата обращения: 02.02.2012).
58. Полубаринова – Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я. Полубаринова – Кочина – М.: Наука, 1977. – 664 с.
59. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев – М.: Наука, 1983. – 752 с.
60. Ратушняк А.Н. Алгоритмы моделирования потенциальных геофизических полей в трехмерных неоднородных средах/ А.Н. Ратушняк // Деп. в ВИНИТИ. 1999. № 2523–В99. – 26 с.
61. Ратушняк А.Н. Программный комплекс PS_C / А.Н. Ратушняк, Д.В. Исламга-

лиев // Рег. № 2012660335. 14.11.2012 г.

62. Самарцев А.Г. Потенциалы течения / А.Г. Самарцев, В.В. Остроумов // Бюллетень нефтяной геофизики, 1936, вып.2. – С. 100-127.
63. Сковородников И.Г. Геофизические исследования скважин. Курс лекций / И.Г. Сковородников – Екатеринбург, УГГУ, 1995. – 295 с.
64. Скорчеллетти В.В. Теоретическая электрохимия/ В.В. Скорчеллетти – 4-е изд.. – Л.: Химия, 1974. – 508 с.
65. Соколов Ю.Д. Метод осреднения функциональных поправок / Ю.Д. Соколов. – Киев.: НАУКОВА ДУМКА, 1967.– 336 с.
66. Сурнев В.Б. Математическое моделирование. Непрерывные детерминированные модели/В. Б. Сурнев. – Екатеринбург: Издательство УГГУ, 2013. – 689 с.
67. Тамм И.Е. Основы теории электричества / И.Е. Тамм – М.: Наука. 1989. – 504 с.
68. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство. Под ред. Эпова М.И. – Новосибирск, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 2000.
69. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А.Н.Тихонов, А.А. Самарский – М.: Наука, 1977. – 736 с.
70. Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева – М.: Физматгиз, 1963. – 734 с.
71. Франк Ф. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. Т. 2 / Ф. Франк, Р. Мизес – М.–Л.: ОНТИ, 1937. – 998 с.
72. Фридрихсберг Д.А. Курс коллоидной химии / Д.А. Фридрихсберг – Л.: Химия, 1984. – 368 с.
73. Шапиро Д.А. Некоторые вопросы диффузионно-адсорбционных (мембранных) потенциалов в буровых скважинах / Д.А. Шапиро // Прикладная геофизика, 1958, вып. 19. –С. 129–169.
74. Шапиро Д.А. Физико-химические явления в горных породах и их использование в промысловой геофизике / Д.А. Шапиро // – М.: Недра. 1977. – 187 с.
75. Шпикалов Ю.А. Решение обратной задачи метода потенциалов собственной

поляризации в скважине с помощью математической фильтрации / Ю.А. Шпикалов // Нефтегаз. геол. и геофизика, Москва, 1980, вып. 6. – С. 37– 40.

76. Электроразведка. Справочник геофизика. Кн. 1. – М.: Недра, 1989. – 438 с.
77. Элланский М.М. Петрофизические основы комплексной интерпретации данных геофизических исследований скважин (методическое пособие) / М.М. Элланский // Тверь: ГЕРС, 2001. – 229 с.
78. Amaefule J.O. Enhanced Reservoir Description: Using core and log data to identify Hydraulic (Flow) Units and predict permeability in uncored intervals/wells / J.O. Amaefule, M. Altunbay, D. Tiab, D.G. Kersey, D.K. Keelan // SPE 26436: 68th Ann. Tech. Conf. and Ehibit. – Houston: Tx, 1993. – P. 205–220.
79. Corbett P.W.M. Global Hydraulic Elements: Elementary Petrophysics for Reduced Reservoir Modeling / P.W.M. Corbett, Y. Ellabad, K. Mohammed, A. Posysoev // EAGE 65th Conference & Exhbition. – Stavanger, Norway, 2–5 June 2003. – Z 99.
80. Fitterman D.V. Theory of electrokinetic-magnetic anomalies in faulted half-spase / D.V. Fitterman // J.Geophys.Res. 1979. V.84, № 10. – P. 6031-6040.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обозначения и размерности физических величин и констант

R = 8.314 – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·°К);

F = 96485 – постоянная Фарадея, Кл·моль$^{-1}$;

$\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м;

$k = 6.67 \cdot 10^{-11}$ – гравитационная постоянная тяготения, Н·м^2/кг^2.

Электрические величины

U	В	Электрический потенциал
E	В/м	Напряженность электрического поля
i	А/м^2	Плотность тока
σ	См/м	Удельная электропроводность
ρ	Ом·м	Удельное электрическое сопротивление
P	В/м	Вектор поляризации

Электростатические величины

U	В	Электростатический потенциал
E	В/м	Напряженность электростатического поля
D	Кл/м^2	Электрическая индукция
ε	-	Относительная диэлектрическая проницаемость
ρ	Кл/м^3	Объемная плотность зарядов

Гидродинамические величины

P	Па	Давление
$\boldsymbol{v}$	м/с	Скорость течения жидкости
ρ	кг/м^3	Плотность флюида
Q	м^3/с	Объемный расход флюида (дебит)
c	м^2	Гидравлическая проницаемость
μ	Па·с	Динамическая вязкость флюида
a	м^2/с	Пьезопроводность

L	В/Па	Коэффициент потенциала течения
$\beta_{ж}$	$Па^{-1}$	Коэффициент сжимаемости флюида
$k_{ф}$	м/с	Коэффициент фильтрации
H	м	Напор
		Тепловые величины
T	^{o}К	Температура
λ	Вт/м/°К	Коэффициент теплопроводности
$\boldsymbol{q}$	Вт/м^2	Плотность теплового потока
		Диффузия электролита
C	кг-экв/м^3	Концентрация
D	м^2/с	Коэффициент диффузии
k_n	-	Коэффициент пористости
$\mathbf{q}$	кг-экв/(м^2·с)	Плотность потока электролита
		Гравитационные величины
$\mathbf{F}$	Н	Сила
m	кг	Масса
σ	кг/м^3	Плотность вещества
$\mathbf{g}$	м/с^2	Ускорение свободного падения