

**АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕГРЕССИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ
ЗНАЧЕНИЯМИ СКОРОСТИ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН И ПЛОТНОСТИ
ГОРНЫХ ПОРОД ЗЕМНОЙ КОРЫ
НА ПРИМЕРЕ ТИМАНО-ПЕЧОРСКОЙ ПЛИТЫ**

Цидаев А.Г., Кошелева Н.В. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. В статье разработан алгоритм определения корреляционной зависимости «скорость-плотность» на основании сопоставления на различных высотах дисперсии наблюдаемого поля с дисперсией модельного. Методика иллюстрируется на примере территории Тимано-Печорской плиты.

Дисперсия, корреляционная зависимость «скорость-плотность», пересчет поля на высоту.

**LONGITUDINAL WAVES VELOCITY AND EARTH ROCKS DENSITY CORRELATION
REFINEMENT TECHNIQUE DEMONSTRATION ON TIMAN-PECHORA AREA**

Tsidaev A.G., Kosheleva N.V. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. Paper presents velocity and density correlation refinement technique. Method is based on observed and model summary fields dispersion comparison on different heights. The technique is illustrated on Timan-Pechora area.

Dispersion, «velocity and density» correlation, field recalculation to height.

Введение

В задачах построения моделей распределения плотности исследуемой области земной коры обычно используется комплекс методов. Естественным является построение плотностных моделей на основе данных сейсмометрии и гравиметрии, поскольку скорости распространения сейсмических волн и плотность находятся в тесной корреляционной зависимости. При этом необходимо произвести переход от значений скорости продольных волн к значениям плотности пород, который осуществляется по некоторой априорно заданной формуле. Существующие исследования (Дружинин и др., 1982; Романюк, 2012; Ладынин, 2010) зависимости «скорость-плотность» показывают, что такая формула не носит универсального характера при подробном изучении области земной коры, а является индивидуальной для каждой площади. Более точное определение такой зависимости становится необходимым, например, при исследованиях осадочного чехла и верхней мантии в практически значимых задачах нефтегазоразведки (Кабан, 2001). В статье (Павленкова, Романюк, 1991) описана методика определения зако-

нов изменения плотности в зависимости от скорости продольных волн для двумерных профилей.

Наша работа посвящена описанию технологии уточнения корреляционной зависимости между скоростью и плотностью в трехмерном случае с применением статистических параметров на примере территории Тимано-Печорской плиты.

Постановка задачи

В качестве начальных данных мы берём построенную по сейсмическим профилям трехмерную плотностную слоистую модель нулевого приближения земной коры Тимано-Печорского региона в пределах планшета 60–67° с.ш., 48–62° в.д., а также измеренное гравитационное поле в редукции Буге на этой же площади (рис. 1, цветная вкладка).

Для исследуемой территории принята исходная зависимость «скорость-плотность» (Дружинин и др., 1982), по которой построена пятислойная плотностная модель нулевого приближения. Значения абсолютных плотностей выделенных слоёв: $\sigma_1 = 2,73 \text{ г/см}^3$; $\sigma_2 = 2,84 \text{ г/см}^3$; $\sigma_3 = 2,89 \text{ г/см}^3$; $\sigma_4 = 2,94 \text{ г/см}^3$; $\sigma_5 = 3,02 \text{ г/см}^3$.

Соответственно, скачки плотностей

между граничащими слоями:

$$\Delta\sigma_1 = 0,11 \text{ г/см}^3; \Delta\sigma_2 = 0,05 \text{ г/см}^3; \\ \Delta\sigma_3 = 0,05 \text{ г/см}^3; \Delta\sigma_4 = 0,08 \text{ г/см}^3.$$

По исходным данным рассчитываются гравитационное поле начальной модели и невязка между рассчитанным и наблюдаемым полями. Поле одной границы вычисляется по известной формуле (Нумеров, 1930).

$$\Delta g(x', y') = \\ = f \cdot \Delta\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z(x,y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + H^2}} \right) dx dy, \quad (1)$$

где f – гравитационная постоянная, $\Delta\sigma$ – скачок плотности на границе раздела плотностей $z(x, y)$, H – асимптота границы $z(x, y)$.

В связи с тем, что плотностная модель построена по редкой сети профилей, наблюдается значительное отклонение значений модельного поля от наблюдаемого (см. рис. 1, цветная вкладка). Цель данной работы – внесение поправок в абсолютные значения плотностей в слоях на первом этапе, затем уточнение формулы корреляционной зависимости «скорость-плотность» на втором. При этом ключевым требованием является приближение модельного поля к наблюдаемому.

Алгоритм уточнения зависимости между скоростью и плотностью

В данной статье предложен метод уточнения плотностей с использованием дисперсии поля. Из работы (Мартышко и др., 2010) следует, что дисперсия может являться важным параметром для оценки оптимальности выбора начального приближения границ. Дисперсия поля от границы зависит от характеристик самой границы: морфологии и скачка плотности на ней. Считая положение границ в нашей модели заданным, будем варьировать скачок плотности $\Delta\sigma$ таким образом, чтобы невязка между дисперсией суммы рассчитанных полей границ и дисперсией наблюдаемого поля была минимальна. При этом данный параметр в формулу счета гравитационно-

го эффекта границы (1) входит линейно, что позволяет однократно рассчитать дисперсию поля с единичной плотностью, и впоследствии просто умножить результат на требуемую $\Delta\sigma^2$:

$$D[\Delta\sigma\Delta g(x,y)] = \Delta\sigma^2 D[\Delta g(x,y)],$$

где $\Delta g(x,y)$ – поле некоторой границы, рассчитанное со скачком плотности на ней, равным единице.

Очевидно, что однократного сопоставления дисперсии наблюдаемого поля и дисперсий суммы модельных недостаточно для получения практически значимой зависимости «скорость-плотность». Построим целую серию подобных уравнений, применяя процедуру пересчета поля на высоту. С увеличением высоты пересчета поле затухает, следовательно, уменьшается и его дисперсия. При пересчете на высоту ослабляется «высокочастотная» составляющая поля и проявляется «низкочастотная», которая соответствует низам коры. Количество пересчетов и их максимальная высота определяются количеством основных пиков в спектре аномального поля и максимальной глубиной, до которой строится модель.

Дисперсия суммы модельных полей границ имеет уже нелинейную зависимость от квадратов скачков плотностей из-за необходимости учета ковариации. Но поскольку значения вне главной диагонали ковариационной матрицы модельных полей глубинных границ существенно меньше значений на ней, то с некоторой точностью будем полагать дисперсию суммы равной сумме дисперсий. Тогда имеем систему линейных уравнений для скачков плотностей на N плотностных границах и для дисперсий наблюдаемого поля на M высотах:

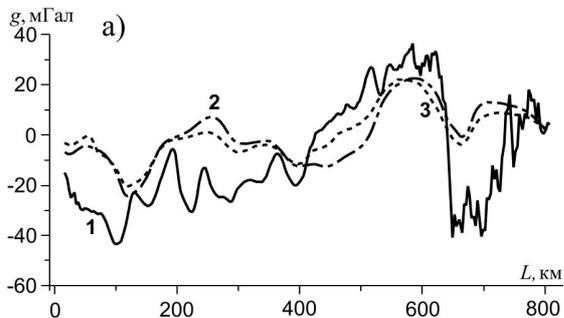
$$D_1^1 \Delta\sigma_1^2 + D_2^1 \Delta\sigma_2^2 + \dots + D_N^1 \Delta\sigma_N^2 = D_{\text{набл}}^1 \\ D_1^2 \Delta\sigma_1^2 + D_2^2 \Delta\sigma_2^2 + \dots + D_N^2 \Delta\sigma_N^2 = D_{\text{набл}}^2 \\ \dots \\ D_1^M \Delta\sigma_1^2 + D_2^M \Delta\sigma_2^2 + \dots + D_N^M \Delta\sigma_N^2 = D_{\text{набл}}^M, \quad (2)$$

где D_i^k – дисперсия поля i -ой границы, пересчитанного на высоту k километров; $\Delta\sigma^2$ – квадрат скачка плотности на i -ой границе. Для нашего случая количество высот

для пересчетов $M = 5$, а количество неизвестных $N = 4$.

Одним из преимуществ использования для нашей задачи дисперсии является то, что это даёт значительное уменьшение количества уравнений СЛАУ по сравнению с системой, полученной на основе формулы прямой задачи. В случае прямой задачи получаем СЛАУ размерности $[m \cdot n \times k]$, где $[m \cdot n]$ – размерность града структурной границы; k – количество границ модели. Например, в нашей задаче, где задан grid размерностью 256×256 точек, система линейных уравнений содержала бы более 65 тысяч уравнений с четырьмя неизвестными. Решение такой существенно переопределенной системы будет неустойчивым, что требует применения регуляризации. С использованием предложенного нами метода размерность системы уменьшается до всего лишь $[M \times k]$, где M – количество высот, на которые проводился пересчет поля (всего пять уравнений с четырьмя неизвестными). Видно, что использование дисперсии для подобных вычислений позволяет резко повысить устойчивость решения линейной обратной задачи за счет уменьшения количества уравнений.

При решении задачи на искомый вектор $\Delta\sigma$ накладывались двусторонние ограничения – окрестность шириной 0,3, т. е. каждый элемент искомого вектора плотностей отличается от соответствующего элемента начального вектора не более чем на $\pm 0,15$. В результате решения системы (2) были получены следующие значения скачков плотностей: $\Delta\sigma_1 = 0,14 \text{ г/см}^3$; $\Delta\sigma_2 = 0,12 \text{ г/см}^3$; $\Delta\sigma_3 = 0,04 \text{ г/см}^3$; $\Delta\sigma_4 = 0,12 \text{ г/см}^3$.



На рис. 2 (цветная вкладка) представлено суммарное поле уточненной модели, рассчитанной с полученными плотностями.

Далее переходим к абсолютным значениям плотностей в слоях. Начнем восстановление со скачка плотности на нижней границе, поскольку гравитационное поле менее чувствительно к изменениям плотности глубоких слоёв по сравнению с изменением приповерхностных плотностей. Фиксируем значение $\sigma_5 = 3,02 \text{ г/см}^3$ и находим новые плотности верхних слоёв:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2,6 \text{ г/см}^3; \sigma_2 = 2,74 \text{ г/см}^3; \\ \sigma_3 &= 2,86 \text{ г/см}^3; \sigma_4 = 2,9 \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

Таким образом, у нас для каждой границы известны исходная сейсмическая скорость и рассчитанная плотность. Для того чтобы получить уточненную формулу зависимости плотности от скорости, рассчитаем линейную регрессию. Результат в сравнении с ранее полученными для данной территории зависимостями представлен на рис. 3 (цветная вкладка).

Результирующая зависимость имеет вид:

$$\sigma(V) = 0,29V + 0,94,$$

где σ – плотность, г/см^3 ; V – скорость, м/с.

Полученная зависимость хорошо укладывается в существующее облако значений «скорость-плотность» для Уральского региона и имеет угловой коэффициент, характерный для платформенных образований. Она отражает интегральные (обобщенные) закономерности распределения плотности, а соответствующее им аномальное гравитационное поле по любому из разрезов сохраняет основные черты морфологии наблюдаемых аномалий. На рис. 4 представлены срезы изначального и уточ-

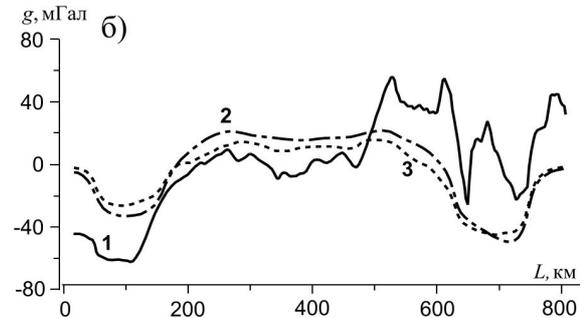


Рис. 4. Наблюдаемое (1), исходное модельное (2) и уточненное модельное (3) гравитационные поля: а) срез по профилю Кварц (по оси абсцисс отложено расстояние вдоль профиля, 0 соответствует 48° в.д.); б) срез по 63° с.ш. (межпрофильное пространство, 0 абсцисс соответствует 48° в.д.)

ненного модельных полей по профилю Кварц (а) и по 63° с.ш. (б).

Отметим, что, несмотря на слабое изменение характера суммарного модельного поля, на конкретных границах произошло заметное изменение скачка плотности. Для дальнейшей минимизации невязки между наблюдаемым и модельным полем для всех точек измерений необходимо решение трехмерной задачи гравиметрии для модели слоистых сред. Также возможно использование изменения положения границ и введение в модель ограниченных локальных тел.

Заключение

В работе предложен алгоритм определения корреляционной зависимости между скоростью продольных волн и плотностью по градиентной трехмерной скоростной модели глубинного строения и априорно известным петрофизическим параметрам пород исследуемой области. Практическое использование метода показано на примере Тимано-Печорской плиты.

Для хорошо изученных в сейсмическом отношении регионов предложенный инструмент позволяет производить корректировку зависимости «скорость-плотность» по результатам гравитационного моделирования в пределах исследуемой территории. На основе решения линейной обратной задачи, которое уменьшает невязку между наблюдаемым и модельными полями, получаем распределение кусочно-постоянной плотности в однородных слоях и блоках, границы которых установлены по сейсмическим данным. Для разделения аномалий гравитационного поля разной полуширины применялся метод пересчета на высоту, который стабилизирует решение обратной задачи гравиметрии.

Таким образом, к исходным данным петрофизического определения регрессионной зависимости добавляется методика, учитывающая глубинное строение и гравитационные аномалии исследуемого региона.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ (№ 14-27-00059).

Литература

- Алейников А.Л., Тиунова А.М., Халевин Н.И. Особенности связи плотности и скорости продольных и поперечных волн в горных породах // Геология и геофизика. 1982. № 8. С. 134–139.
- Афанасьев Н.С. Корреляция плотности и скорости продольных волн в горных породах Воронежского кристаллического массива // Вопросы геологии и металлогении докембрия Воронежского кристаллического массива. Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 1976. С. 119–122.
- Галдин Н.Е. Физические свойства глубинных метаморфических и магматических пород при высоких давлениях и температурах. М.: Недра, 1977. 127 с.
- Дружинин В.С., Капшубин С.Е., Сивкова Л.В., Вальчак В.И., Капшубина Т.В. Опыт глубинных сейсмических зондирований на Урале. Свердловск: НТО Горное, 1982. 72 с.
- Кабан М.К. Гравитационная модель коры и верхней мантии Северной Евразии. 1. Мантийные и изостатические аномалии силы тяжести // Российский журнал наук о Земле. 2001. Т. 3. № 2. С. 143–163.
- Ладынин А.В. Физические свойства горных пород. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2010. 101 с.
- Мартышко П.С., Ладовский И.В., Цидаев А.Г. Построение региональных геофизических моделей на основе комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных // Физика Земли. 2010. № 11. С. 23–35.
- Нумеров Б.В. Интерпретация гравитационных наблюдений в случае одной контактной поверхности // ДАН СССР. 1930. № 21. С. 569–574.
- Павленкова Н.И., Романюк Т.В. Комплексные геофизические модели литосферы Сибири // Геология и геофизика. 1991. № 5. С. 98–109.
- Рабинович Г.Я. Скорости распространения упругих колебаний по данным акустического каротажа // Методы разведочной геофизики. Рудная сейсморазведка. Л.: Недра, 1978. С. 102–121.
- Романюк Т.В. Изучение соотношений между скоростью сейсмических волн и плотно-

стью в литосфере методом сейсмогравитационного моделирования // Академик В.Н. Страхов. Геофизик и математик. М.: Наука, 2012. С. 118–143.

Халевин Н.И., Алейников А.Л., Колупаева Е.Н., Тиунова А.М., Юнусов Ф.Ф. О совместном применении продольных и поперечных волн при глубинном сейсмическом

зондировании // Геология и геофизика. 1986. № 10. С. 94–98.

Juhlin C., Bliznetsov M., Pevzner L., Hismatulin T., Rybalka A., Glushkov A. Seismic imaging of reflectors in the SG4 borehole, Middle Urals, Russia // Tectonophysics. 1997. 276. P. 1–18.

К статье Цидаева А.Г., Кошелевой Н.В – «Алгоритм определения регрессионной зависимости между значениями скорости продольных волн и плотности горных пород земной коры на примере Тимано-Печорской плиты»

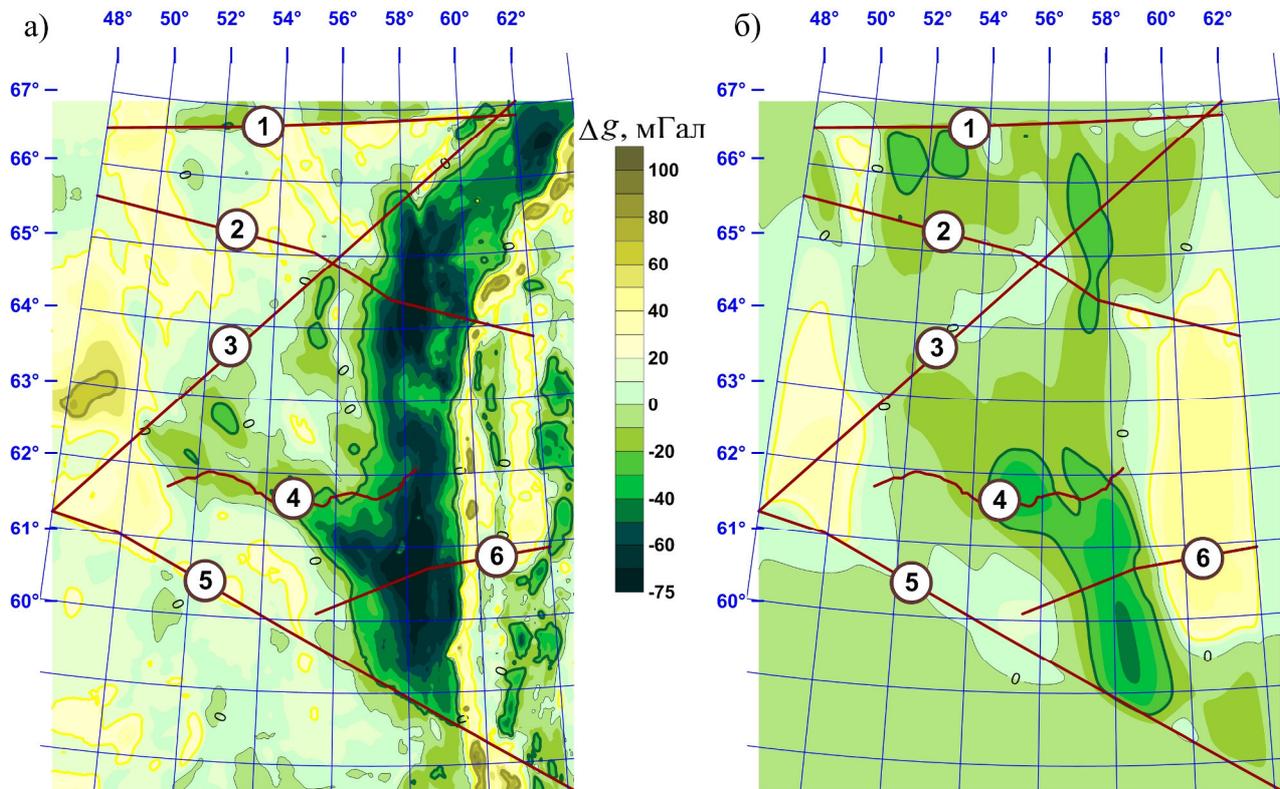


Рис. 1. Гравитационные поля на исследуемой территории: а) наблюдаемое, б) модельное. Цифрами обозначены профили и геотраверсы: 1 – Агат-2; 2 – Кварц; 3 – Глобус; 4 – Сыктывкарский; 5 – Рубин-1; 6 – Красноленинский

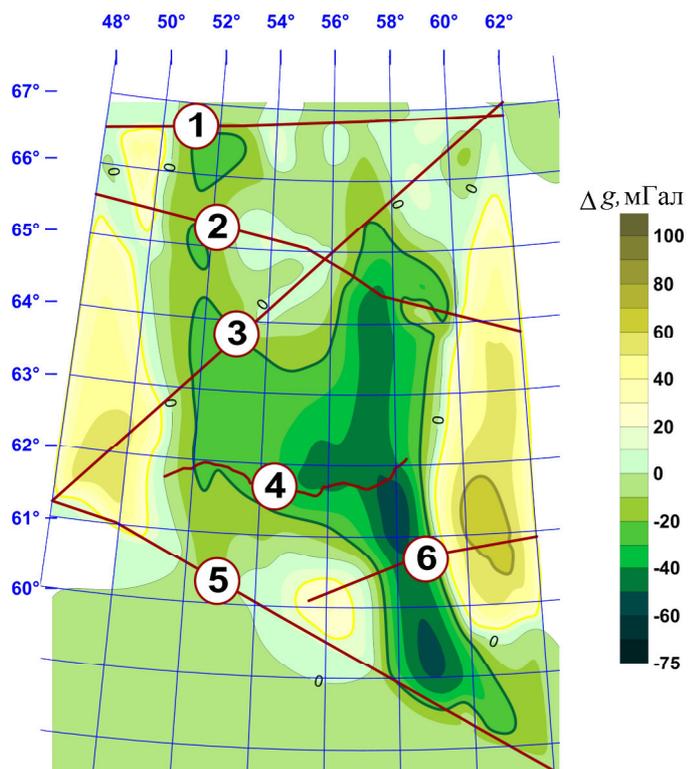


Рис. 2. Поле уточненной модели. Обозначения профилей 1–6 см. на рис. 1

К статье Цидаева А.Г., Кошелевой Н.В – «Алгоритм определения регрессионной зависимости между значениями скорости продольных волн и плотности горных пород земной коры на примере Тимано-Печорской плиты»

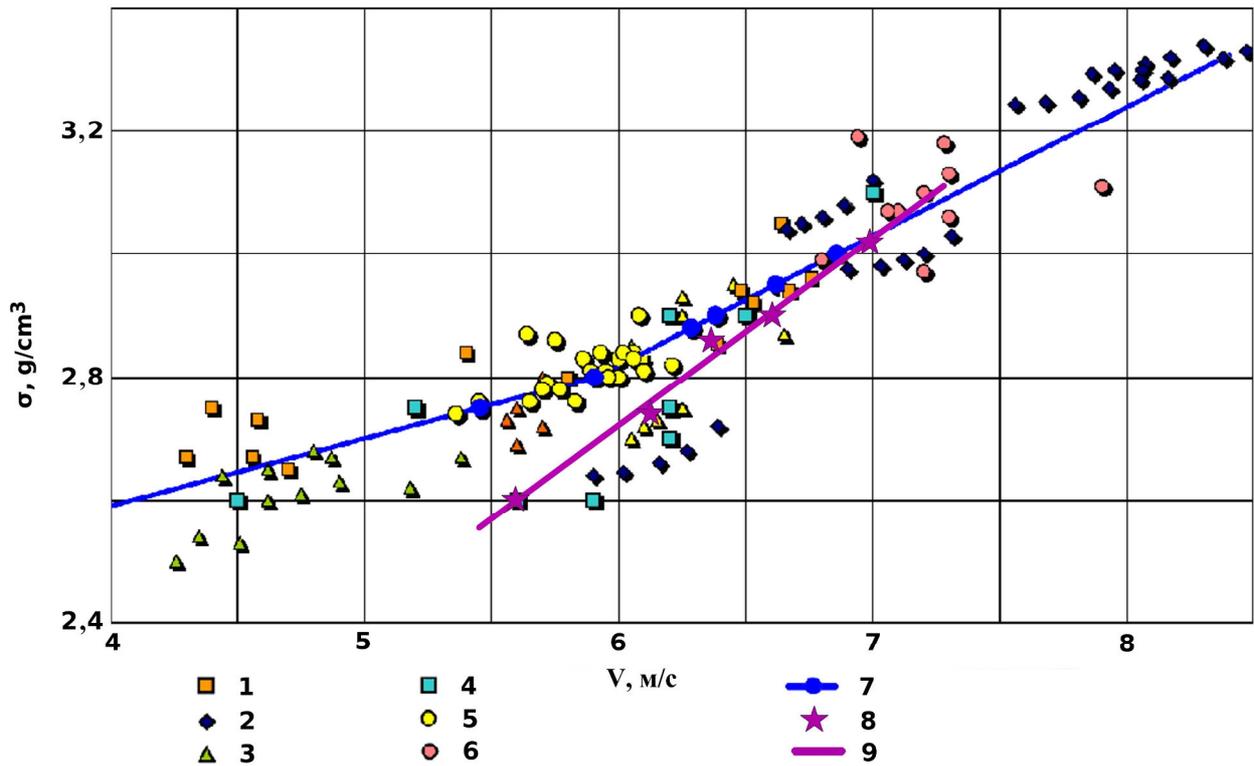


Рис. 3. Зависимости плотности от скорости:

1 – (Алейников, 1982); 2 – (Галдин, 1977); 3 – (Рабинович, 1978); 4 – (Халевин, 1986);
5 – (Juhlin, 1997); 6 – (Афанасьев, 1976); 7 – исходная зависимость (Дружинин, Кашубин, 1982);
8 – значения, полученные в результате уточнения;
9 – линейная регрессия (уточненная зависимость)