

## К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА СОПРОТИВЛЕНИЙ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

**Шестаков А.Ф.** – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

**Аннотация.** В статье обсуждаются особенности использования метода сопротивлений на переменном токе с гармонической зависимостью от времени. Получено выражение, определяющее напряженность переменного электрического поля для трехполюсной установки Шлюмберже, расположенной на однородном проводящем полупространстве. Для малого параметра поля выведены формулы, аппроксимирующие кажущееся сопротивление по данным измерения электрической составляющей для трехполюсной установки.

*Электроразведка, метод сопротивлений, переменный ток, трехполюсная установка, кажущееся электросопротивление.*

## TO THE QUESTION ABOUT USING A METHOD OF ALTERNATING CURRENT RESISTANCE

**Shestakov A.F.** – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

**Abstract.** The article discusses the features of the use of a method of resistance to alternating current with harmonic time dependence. The resulting expression defining the tension of an alternating electric field for a three-pole installation Schlumberger, situated on a uniform conducting half-space. For small field parameter, formulas, approximating the apparent resistivity according to the measurement of the electric component for a three-pole installation are obtained.

*Electrical survey, resistivity method, alternating current, three-pole installation, the apparent resistivity.*

### **Введение**

Хорошо известно, что электроразведка методом сопротивлений на переменном токе широко используется в геоэлектрических исследованиях.

Это обусловлено тем, что применение генераторной и измерительной аппаратуры на фиксированных частотах позволяет избежать нежелательного эффекта поляризации электродов при установке питающих и приемных заземлений, а также избавиться от помех в приемном сигнале, вызванных блуждающими токами в земле естественного и техногенного происхождения.

Но основное преимущество ее использования связано со способностью более избирательного возбуждения зондирующего электромагнитного (ЭМ) поля и приема полезного сигнала на отдельных фиксированных частотах в зависимости от характера решаемой задачи и глубины проникновения поля в землю.

Так, например, в применяемой ранее низкочастотной электроразведочной аппаратуре для кондуктивных методов АНЧ-3 (Вешев, 1980) использовалась только одна

частота 4,88 Гц, которая позволяла успешно проводить измерения классическим методом сопротивлений (Заборовский, 1963).

В современной серийной электроразведочной аппаратуре для методов сопротивлений, в частности ЭРА-МАКС (производство НПО «ЭРА», г. Санкт-Петербург), уже используется целый ряд частот от 1,22 до 2500 Гц с шагом удвоения частоты в низкочастотном и высокочастотном диапазонах (Аппаратура электроразведочная ... , 2008). Если диапазон низких частот расширяет возможности применения традиционных кондуктивных электроразведочных методов с гальваническими заземлениями, то использование повышенных частот стало успешно применяться в электроразведке методом бесконтактного измерения электрического поля (БИЭП), разработанного Б.Г. Сапожниковым еще в прошлом веке (Сапожников, 1978; Электропрофилирование ... , 1985 и др.), но не нашедшего широкого применения из-за недостатка в те годы требуемой аппаратуры в серийном исполнении.

Следует отметить, что в большинстве случаев способы обработки и интерпретации данных кондуктивных электротондирований на переменном токе основаны на вычислительных конструкциях и алгоритмах, применяемых в электроразведочных методах на постоянном токе.

Если для низких частот, не превышающих первые десятки герц, сравнительно высокоомной вмещающей среде и не слишком большой длине кабеля для питающих заземлений стационарная аппроксимация вполне обоснована (Заборовский, 1963; Матвеев, 1982 и др.), то в других случаях возможно появление искажений приемного полезного сигнала, обусловленных возникновением индукционных токов как во вмещающей среде, так и в приемной линии от переменного тока в возбуждающем поле кабеле (Гуревич и др., 1973).

В этой же работе приведены оценки значения верхней частоты, до которой можно пренебречь влиянием наведенных индукционных токов. Согласно приведенным расчетам, эти частоты находятся в прямой пропорциональной зависимости от удельного сопротивления среды и в обратной зависимости от длины кабеля. Так, например, при использовании километрового кабеля и удельного сопротивления пород 1000 Ом·м значение верхней частоты при измерениях вблизи центра кабеля составляет величину 61 Гц, а для сопротивления 100 Ом·м снижается до 6,1 Гц.

Таким образом, с повышением частоты, либо уменьшением электросопротивления вмещающей среды индукционная составляющая неизбежно будет вносить погрешность в определение кажущегося сопротивления  $\rho_k$ , вычисленного по формулам для стационарного поля, и возникает необходимость корректировки вычисленных значений для их дальнейшей интерпретации.

Один из способов такой корректировки был предложен А.В. Вешевым в конце прошлого века (1980), но из-за трудоемкости он не получил широкого распространения в практике геоэлектрических исследований на переменном токе.

Методика применения способа базируется на изучении морфологии нормального ЭМ поля возбуждающего источника и установления допустимого диапазона измерения «расстояния и частот, при которых наблюдается однозначная зависимость ... от  $\rho$ » (Вешев, 1980).

Сравнительно недавно эта методика нашла применение для учета влияния ЭМ индукции питающей линии на результаты измерений методом частотной дисперсии с установкой срединного градиента (Ткачев, Хасанов, 2014).

В этой работе отмечается, что использование повышенных частот (десятки и сотни герц) и длинных питающих линий могут привести к существенному завышению (до 100 раз и более!) фиктивного параметра электросопротивления  $\rho_\omega$  (вычисляемого по формулам для постоянного тока), по сравнению с эффективным  $\rho_{эф}$ , в зависимости от параметров установки, частоты поля и силы тока в питающей линии. Там же проведено математическое моделирование и оценка зависимости  $\rho_\omega/\rho_{эф}$  от положения точки наблюдения для прямолинейного заземленного кабеля на однородном проводящем полупространстве.

Для нивелировки искажений  $\rho_\omega$ , вызванных влиянием индукционного эффекта, предложенная А.В. Вешевым методика реализована в виде программного комплекса (Ткачев, Хасанов, 2014), позволяющего оперативно осуществлять выбор местоположения профилей измерения в методе срединного градиента для минимизации влияния индукционных эффектов, а также проводить корректировку измеренных значений  $\rho_\omega$  в зависимости от частоты поля, электрофизических параметров среды и геометрических характеристик установки заземлений. Показана результативность корректировки при проведении экспериментальных работ методом частотной дисперсии во избежание получения ложных аномалий на планшетах измерения поля и, как следствие, – ошибочного представления о структуре среды.

Вместе с тем нельзя не отметить, что

при возбуждении ЭМ поля системой заданных источников, кроме индукционной вихревой составляющей электрического поля в земле возникает также и потенциальная переменная его составляющая, зависящая помимо свойств среды и частоты поля, также от установки заземлений.

В методе срединного градиента она не учитывается, поскольку вносит гораздо меньшие искажения в определение  $\rho_{\omega}$  по формулам для постоянного тока, так как измерения проводятся в средней части планшета, достаточно удаленной от питающих заземлений для обеспечения однородности возбуждающего поля. Однако при использовании других установок, применяющихся в электроразведочных методах зондирования и профилирования на переменном токе, такие искажения могут быть весьма существенны.

Анализ нормального электромагнитного поля установок значительно упрощается, если в рассчитываемых элементах поля предварительно выделять вихревую и потенциальную составляющие, первая из которых обусловлена индукционными токами в земле и порожденными векторными монополями в питающем кабеле, а вторая – возникновением гальванических токов от переменных скалярных монополей в местах токовых заземлений (Сапожников, 2011).

В настоящей работе приводится расчет и анализ вклада в нормальное ЭМ поле от гальванического заземления для прямолинейной трехполюсной установки Шлюмберже (Заборовский, 1963), широко используемой в практике геоэлектрических исследований.

**Постановка задачи**

Рассмотрим прямолинейную трехполюсную установку Шлюмберже с питающим электродом в точке  $A$  (электрод  $B$  отнесен в практическую «бесконечность») и измерительными электродами в точках  $M$  и  $N$  (рис. 1)

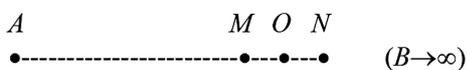


Рис. 1. Схема трехполюсной установки

Тогда известная формула для вычисления кажущегося сопротивления при постоянном токе в кабеле (см., например Заборовский, 1963)

$$\rho_k = K \frac{\Delta U_{MN}}{I} \tag{1}$$

легко преобразуется к виду

$$\rho_k = 2\pi \frac{r_{AM} \cdot r_{AN}}{r_{MN}} \frac{\Delta U_{MN}}{I}, \tag{2}$$

где  $r_{AM}$ ,  $r_{AN}$  – расстояния от точки питающего заземления  $A$  до точек измерения  $M$  и  $N$ , определяющие коэффициент установки  $K$ ;  $r_{MN}$  – расстояние между приемными заземлениями  $M$  и  $N$ ;  $\Delta U_{MN}$  – измеренная в  $MN$  разность потенциалов;  $I$  – сила тока в источнике  $A$ .

Эта установка называется «предельной» установкой (Жданов, 1986) при достаточно малом расстоянии между приемными заземлениями, так что

$$\frac{\Delta U_{MN}}{r_{MN}} \approx E_{MN}, \tag{3}$$

где  $E_{MN}$  – составляющая напряженности электрического поля вдоль линии  $MN$ .

Тогда  $\rho_k$  может быть непосредственно выражено через напряженность электрического поля в точке  $O$ , удаленной на расстояние  $r$  от источника  $A$ :

$$\rho_k = 2\pi r^2 \frac{E(r)}{I}. \tag{4}$$

Хорошо известно, что вычисленное по этой формуле значение  $\rho_k$  характеризует истинное удельное сопротивление зондируемой среды только для однородного полупространства, а в других случаях, в частности для слоистой или горизонтально неоднородной сред,  $\rho_k$  есть некоторая фиктивная величина, зависящая от геометрических размеров установки заземлений, структуры и электрофизических свойств среды (Заборовский, 1963).

Если для постоянного электрического поля накоплен большой арсенал способов обработки данных вычисленных значений  $\rho_k$ , последующей качественной и количественной интерпретации и завершающего

геологического истолкования результатов, то в случае переменного ЭМ поля уже на самом начале обработки результатов измерения возникает ряд вопросов, требующих отдельного пояснения.

Остановимся на наиболее важных из них:

1) что представляет собой величина  $\tilde{\rho}_k$  для переменного ЭМ поля, возбуждаемого в гармоническом режиме и 2) в каких случаях можно получить аналог формулы (4) для непосредственного применения в методе сопротивлений на переменном токе.

Обсуждению первого и проработке второго вопросов посвящена настоящая статья.

**О кажущемся и об эффективном сопротивлении среды**

Остановимся кратко на методике оценки кажущегося электросопротивления среды при ее зондировании электромагнитным полем, возбуждаемом в гармоническом режиме с круговой частотой  $\omega$ , посредством заземленного кабеля конечных размеров (Вешев, 1980).

Исходными данными являются измеренная напряженность переменного электрического поля  $E_\omega$  или ее модуль  $|E_\omega|$  в приемной линии  $MN$ , сила тока  $I$  в питающем кабеле, а также коэффициент установки  $K$ , зависящий от местоположения питающих и приемных электродов.

По этим данным сначала определяется параметр  $\rho_\omega$  по формуле, характерной для установок зондирования на постоянном токе:

$$\rho_\omega = K \frac{E_\omega}{I}, \quad (5)$$

который лишь условно принимается за «кажущееся сопротивление» на переменном токе. При этом,  $\rho_\omega$  вовсе не характеризует истинное удельное сопротивление среды  $\rho$  в однородном полупространстве, в отличие от метода сопротивлений на постоянном токе. Для установления подобной аналогии для переменного поля, возбуждаемого с циклической частотой  $f$ , введено понятие эффективного сопротивления

$\rho_{\text{эф}}$ , вычисление которого представляет реальный практический интерес, поскольку оно характеризует удельное электросопротивление в однородном полупространстве (Вешев, 1980).

Для определения  $\rho_{\text{эф}}$  предварительно рассчитаны зависимости  $\rho_\omega/\rho_{\text{эф}}$  от  $\rho_\omega/R^2f$  по аналитическим формулам для электрических составляющих переменного ЭМ поля, где  $R$  – расстояние между серединой питающей линии  $AB$  и точкой наблюдения. Дальнейшая процедура вычисления состоит в следующем (Вешев, 1980). Сначала по измеренным значениям  $E_\omega$  с учетом известных  $R$  и  $f$  находят  $\rho_\omega/R^2f$ , а затем с использованием номограммы определяют величину  $\rho_\omega/\rho_{\text{эф}}$ , по которой окончательно вычисляют искомое значение  $\rho_{\text{эф}}$ .

Во введении было замечено, что эта методика с успехом может применяться в методе сопротивлений на переменном токе с использованием четырехточечных установок конечных размеров, в частности методе срединного градиента. Однако для трехточечных установок, когда один из питающих электродов отнесен в практическую бесконечность, для применения методики необходим предварительный пересчет соответствующих номограмм исходя из геометрических параметров установки.

Как оказалось, для предельной трехполюсной установки Шлюмберже можно получить аналог формулы для непосредственного определения кажущегося сопротивления среды по значениям напряженности переменного электрического поля.

**Расчеты и обсуждение результатов**

Остановимся подробнее на выражении (4). Как отмечалось выше, величина  $\rho_\omega$ , вычисленная по формуле для постоянного тока, имеет фиктивный характер и не соответствует понятию кажущегося сопротивления на переменном токе  $\tilde{\rho}_k$ . Основная причина в том, что эта формула выведена для трехполюсной установки измерения стационарного электрического поля.

С другой стороны, математический формализм позволяет ее преобразовать к виду

$$E(r) = \rho \frac{I}{2\pi r^2} = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{2\pi r^2} \quad (6)$$

и трактовать как электрическое поле точечного источника в однородном проводящем полупространстве с электропроводностью  $\sigma$ .

Поэтому, если иметь выражение, аналогичное (6), но для переменного электрического поля, то входящий в его параметр ( $\rho$  или  $1/\sigma$ ) позволял бы определять в результате формулы обращения именно кажущееся сопротивление неоднородной среды  $\tilde{\rho}_k$ , реально совпадающее с удельным сопротивлением однородного полупространства.

Такое выражение можно получить исходя из результатов работы (Шестаков, 2016), в которой выведены формулы для составляющих переменного ЭМ поля, возбуждаемого электрическим зарядом в однородном проводящем полупространстве с гармонической зависимостью от времени.

Приведем выражение лишь для комплексной амплитуды  $\tilde{E}_x$  составляющей поля, пренебрегая токами смещения и полагая, что линия трехполюсной установки Шлюмберже (см. рис. 1) ориентирована вдоль оси  $X$  декартовой системы координат  $\{X, Y, Z\}$ :

$$\tilde{E}_x = \frac{I}{4\pi\sigma} \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} + \frac{\exp(ik|\mathbf{r}+\mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r}+\mathbf{r}_0|} \right) - \frac{ikx}{R^2} \exp(ikz_0) + \frac{ikx}{R^2} \exp[ik\sqrt{R^2+z_0^2}] \right], \quad (7)$$

где  $R = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ ;  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  – радиус-вектор места расположения заряда;  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  – радиус-вектор точки вычисления поля;  $k = \sqrt{i\omega\sigma\mu}$  – волновое число в квазистационарном приближении;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды;  $I$  – амплитудное значение силы тока в источнике; остальные величины сохраняют прежние значения.

Полагая, что заряд расположен на поверхности проводящего полупространства в начале координат, отнесенном в точку  $A$ ,

а расчет поля проводится вдоль оси  $X$ , это выражение значительно упрощается:

$$\tilde{E}_x(r) = \frac{I}{4\pi\sigma} \left( \frac{2}{r^2} \exp(ikr) - \frac{ik}{r} - \frac{ik}{r} \exp(ikr) \right). \quad (8)$$

При  $\omega \rightarrow 0$  из (8) следует известная формула для вычисления напряженности стационарного поля, возбуждаемого в однородном проводящем полупространстве.

Существенным отличием этого выражения от (5) является то, что входящая в него величина электропроводности (а следовательно и обратная к ней величина электросопротивления) характеризуют материальные электрофизические параметры модели среды, что при практической обработке данных зондирования неоднородной среды с применением (8) позволит непосредственно (минуя процедуру использования номограмм) определить искомую величину кажущегося сопротивления на переменном токе  $\tilde{\rho}_k$ .

Конечно, это выражение достаточно громоздко для его обращения (разрешимости) относительно  $\sigma$ , чтобы потом им можно было пользоваться для вычисления  $\tilde{\rho}_k$ , поэтому остановимся на малых значениях волнового параметра поля  $\rho = |k|r$ , довольно часто встречающихся в практике применения методов электромагнитных зондирований и соответствующих понятию ближней зоны источника (Электроразведка ... , 1989).

Если  $\rho < 1$ , то в первом приближении при разложении в ряд Тейлора экспоненты

$$\exp(ikr) = 1 + ikr - \frac{1}{2} k^2 r^2 + O(k^3 r^3) \quad (9)$$

можно ограничиться первыми двумя слагаемыми, в результате чего

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x(r) &= \frac{I}{4\pi\sigma} \left( \frac{2}{r^2} + k^2 \right) = \\ &= \frac{I}{2\pi\sigma r^2} \left( 1 + \frac{i\omega\sigma\mu}{2} r^2 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Из структуры выражения (10) видно, что при малых значениях параметра поля по реальной компоненте напряженности  $\text{Re} \tilde{E}_x(r)$  можно непосредственно определить кажущееся сопротивление на пере-

менном токе по формулам для стационарного поля:

$$\tilde{\rho}_k = \frac{2\pi r^2}{I} \operatorname{Re} \tilde{E}_x(r). \quad (11)$$

Что касается мнимой составляющей напряженности, то в рассматриваемом приближении она не зависит от электрофизических свойств среды, а только от частоты поля и поэтому играет роль помехи при проведении модульных измерений полезного сигнала.

В этом случае из (10) нетрудно получить аналогичную формулу вычисления  $\tilde{\rho}_k$  по модульным измерениям напряженности поля для малых значений параметра  $\rho$ :

$$\tilde{\rho}_k = \frac{2\pi r^2}{I} |\tilde{E}_x(r)| \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \mu^2}{16\pi^2} \frac{I^2}{|\tilde{E}_x(r)|^2}}. \quad (12)$$

В приведенном выше выражении множитель перед квадратным корнем определяет кажущееся сопротивление только в варианте зондирования среды стационарным электрическим полем. Второй множитель представляет собой поправку к вычисленным значениям по формуле для постоянного тока, которую необходимо учитывать при проведении измерений на повышенных частотах, в том числе для проведения исследований методом частотной дисперсии во избежание получения ложных представлений о дисперсионных свойствах среды.

#### **Выводы и заключение**

1. Конкретизировано понятие кажущегося сопротивления, определяемого непосредственно по данным измерения электрической составляющей переменного ЭМ поля, возбуждаемого в гармоническом режиме с использованием прямолинейной трехполюсной установки Шлюмберже.

2. Из полученного ранее решения задачи об электрическом заряде в однородном проводящем полупространстве с гармонической зависимостью от времени оказалось возможным вывести аналитическое выражение для электрической составляющей напряженности переменного ЭМ поля, измеряемой в электроразведочных методах исследования.

3. Достаточно простой аналитический вид его аппроксимации для малого параметра позволил получить формулу для вычисления кажущегося сопротивления на переменном токе по модульным измерениям напряженности поля, которая учитывает помехообразующее влияние вклада в измеряемом сигнале, вызванное частотной зависимостью мнимой компоненты.

Полученные расчетные формулы для кажущегося сопротивления могут оказаться полезными при обработке данных кондуктивных электроразведочных исследований на переменном токе, для оценки дисперсионных свойств среды, в том числе при проведении исследований методом частотной дисперсии.

#### **Литература**

- Аппаратура электроразведочная* для методов сопротивлений и естественного поля «ERA-MAX». СПб., 2008. 27 с.
- Вешев А.В.* Электропрофилирование на постоянном и переменном токе. Л.: Недра, 1980. 391 с.
- Гуревич Ю.М., Кормильцев В.В., Улитин Р.В.* Физико-теоретические основы метода вызванной поляризации на переменном токе // Фазовые и амплитудные измерения вызванной поляризации на рудных месторождениях. Сб. статей. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1973. С. 35–55.
- Жданов М.С.* Электроразведка: Учебник для вузов. М.: Недра, 1986. 316 с.
- Заборовский А.И.* Электроразведка. М.: Гостоптехиздат, 1963. 424 с.
- Матвеев Б.К.* Электроразведка при поисках месторождений полезных ископаемых. М.: Недра, 1982. 375 с.
- Сапожников Б.Г.* Опыт наблюдения составляющих электрического поля в воздухе при электропрофилировании на переменном токе. Ленинград: НПО «Геофизика», 1978. 24 с.
- Сапожников Б.Г.* Скалярные и векторные монополи – элементарные источники нормальных электрических полей // Вопросы геофизики. СПб., 2011. Вып. 44. С. 114–123.
- Ткачев А.В., Хасанов И.М.* Учет влияния электромагнитной индукции питающей линии на результаты измерений методом

частотной дисперсии с установкой срединного градиента // Геофизика. 2014. № 4. С. 74–79.

*Шестаков А.Ф.* Задача об электрическом заряде в однородном проводящем полупространстве с гармонической зависимостью от времени // Уральский геофизический вестник № 1(27). 2016. С. 58–69.

*Электропрофилирование с незаземленными рабочими линиями* / Сост. А.С. Нахабцев, Б.Г. Сапожников, А.И. Яблучанский. Л.: Недра, 1985. 96 с.

*Электроразведка. Справочник геофизика.* Книга 1. М.: Недра, 1989. 438 с.