УДК 550.83

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ АППРОКСИМАЦИИ ЕГО МОДУЛЯ СИСТЕМОЙ НАМАГНИЧЕННЫХ ОТРЕЗКОВ

Бызов Д.Д., Муравьев Л.А. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация Представлен метод вычисления вертикальной составляющей аномального магнитного поля по распределению его абсолютного значения. Преобразование основано на аппроксимации аномалий модуля магнитной индукции набором сингулярных источников и последующим вычислении вертикальной компоненты поля от подобранного распределения. В качестве модельных источников использован набор стержней, однородно намагниченных вдоль своей оси. Проведено исследование применимости различных методов нелинейной оптимизации для решения данной задачи. Алгоритм реализован с помощью технологии параллельных вычислений на графическом процессоре NVidia. Аппроксимация магнитного поля и определение его вертикальной составляющей проведено на примере территории Приполярного и Полярного Урала.

Магнитное поле, аппроксимация, сингулярный источник, нелинейная оптимизация, параллельные вычисления, видеопроцессор, CUDA.

GEOMAGNETIC FIELD VERTICAL COMPONENT CALCULATION BY MAGNETIZATED RODS SYSTEM APPROXIMATION OF ITS ABSOLUTE VALUE

Byzov D.D., Muraviev L.A. – Institute of Geophysics UB RAS, Yekaterinburg

Abstract. We present an anomalous magnetic field vertical component calculation method from its absolute value distribution. Conversion is basing on the magnetic induction module anomalies approximation by singular sources set and magnetic field vertical component calculation due to its optimized distribution. Set of rods, uniformly magnetized along its axis, are used as singular sources. Different methods of nonlinear optimization applicability was analyzed. The algorithm is implemented with parallel computing technologies on the GPU NVidia. Approximation of the magnetic field and calculation of its vertical component held by the example of the Circumpolar and Polar Urals.

The magnetic field, singular sources approximation, nonlinear optimization, parallel computing, video processor, CUDA, Polar Urals.

Введение

При изучении глубинного строения земной коры часто используются модели горизонтально-слоистой среды. Существует методика определения трехмерных поверхностей намагниченных слоев земной коры на основе данных о вертикальной компоненте магнитной индукции B_z, измеренной на некоторой площади (Мартышко и др., 2014; Федорова и др., 2013). Однако, при выполнении магнитных съемок в основном используется аппаратура, измеряющая абсолютные значения модуля геомагнитного поля T, поэтому аномальное магнитное поле литосферы представлено модульными значениями ΔTa. Поскольку для северных территорий России наклонение вектора индукции геомагнитного поля превышает 70º, поэтому зачастую в практике при моделировании вертикальную составляющую аномалии B_z заменяют на модуль ΔTa, что возможно в рамках допустимых погрешностей. В настоящей статье описан метод вычисления вертикальной составляющей магнитных аномалий для корректного применения методов решения трехмерных обратных задач магнитометрии. Преобразование основано на аппроксимации аномалий модуля магнитной индукции ΔTa набором сингулярных источников и последующим вычислении вертикальной компоненты поля B_z от подобранного распределения.

Математический аппарат

В трехмерном случае для аппроксимации магнитных аномалий набором сингулярных источников необходимо выбрать оптимальный класс модельных объектов. В работе (Майер и др., 1985) предложено использовать в качестве модельных тел

отрезки с произвольным направлением вектора намагниченности. Каждый отрезок описывается девятью параметрами: координаты концов и составляющие вектора намагниченности. В данной работе мы предлагаем использовать отрезки, однородно намагниченные вдоль своего направления. Тогда количество подбираемых параметров каждого модельного отрезка снижается до семи, что увеличивает устойчивость решения задачи.

Напряженность магнитного поля **H** в точке **p** – (ξ, η, ζ) декартовой прямоугольной системы координат трехмерного пространства от отрезка с координатами концов $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ и постоянной линейной намагниченностью $\mathbf{J}=(J_x, J_y, J_z)$ в системе единиц СИ определяется формулой:

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{4\pi}\begin{pmatrix} U_{x,x} & U_{x,y} & U_{x,z} \\ U_{y,x} & U_{y,y} & U_{y,z} \\ U_{z,x} & U_{z,y} & U_{z,z} \end{pmatrix}\mathbf{J} \qquad (1)$$

$$U_{i,j} = \frac{|\mathbf{a}|}{|\mathbf{d}_1||\mathbf{d}_2|q}\left(\left(\frac{1}{|\mathbf{d}_1|}+\frac{1}{|\mathbf{d}_2|}\right)\times\right.$$

$$\times\left(\frac{1}{q}(D_{1i}+D_{2i})(D_{1j}+D_{2j})-\delta_{i,j}\right)+$$

$$\left.+\frac{1}{|\mathbf{d}_1|}D_{1i}D_{1j}+\frac{1}{|\mathbf{d}_2|}D_{2i}D_{2j}\right),$$

где $\mathbf{d}_1 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{p}$, $\mathbf{d}_2 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{p}$, $\mathbf{a} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$,

$$\mathbf{D}_1 = \frac{\mathbf{d}_1}{|\mathbf{d}_1|}, \quad \mathbf{D}_2 = \frac{\mathbf{d}_2}{|\mathbf{d}_2|}, \quad q = 1 + (\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2),$$

$\delta_{i,j}$ – символ Кронекера, i и j заменяют обозначения x, y, z.

Если принять вектор намагниченности направленным вдоль отрезка, т. е. $\mathbf{J} = |\mathbf{J}|\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$, то формула существенно упрощается:

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}) = \frac{|\mathbf{J}|}{4\pi}\left(\frac{\mathbf{D}_2}{\mathbf{d}_2^2}-\frac{\mathbf{D}_1}{\mathbf{d}_1^2}\right) \qquad (2)$$

Таким образом, прямая задача магнитометрии для отрезка решается относительно просто в элементарных функциях, что напрямую влияет на скорость вычислений.

Пусть на некотором множестве $\{\mathbf{p}_j\}_{j=0}^{M-1}$ M точек заданы измеренные значения аномалий модуля магнитной индукции ΔT и вектор нормального поля $\mathbf{B}_n$:

$$\{\Delta T(\mathbf{p}_j), \mathbf{B}_n(\mathbf{p}_j)\}_{j=0}^{M-1}$$

Множество из N отрезков, поле которых на фоне нормального аппроксимировало бы заданные аномалии модуля, можно получить путем минимизации функционала по параметрам этих отрезков:

$$F\left(\{\mathbf{r}_{1i}, \mathbf{r}_{2i}, \mathbf{J}_i\}_{i=0}^{N-1}\right) = \sum_{j=0}^{M-1}\left(\left|\mathbf{B}_n(\mathbf{p}_j) + \mu_0\sum_{i=0}^{N-1}\mathbf{H}_i(\mathbf{p}_j)\right| - \right.$$

$$\left. - \left|\mathbf{B}_n(\mathbf{p}_j)\right| - \Delta T(\mathbf{p}_j)\right)^2, \qquad (3)$$

где $\mathbf{H}_i(\mathbf{p}_j)$ – поле i-ого отрезка в точке $\mathbf{p}_j$, μ_0 – магнитная постоянная.

Технология оптимизации

При аппроксимации магнитных аномалий и минимизации функционала (3) мы применяли методы, использующие сопряженные направления (Химмельблау, 1975). В общем виде их можно описать следующим образом. Пусть требуется найти минимум функции $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ и на k-ой итерации метода значение аргумента получилось равным $\mathbf{x}^{(k)}$, а направление поиска – $\mathbf{p}^{(k)}$. Новое значение $\mathbf{x}^{(k+1)}$ выбирается поиском минимума f вдоль направления $\mathbf{p}^{(k)}$:

$$\alpha^{(k)} = \arg\min_{\alpha} f\left(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha\mathbf{p}^{(k)}\right),$$

$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\,\mathbf{p}^{(k)}$. Одномерный поиск можно выполнять произвольным способом, мы же использовали метод золотого сечения. Следующее направление поиска получают так: $\mathbf{p}^{(k+1)} = -\nabla f(\mathbf{x}^{(k+1)}) + \beta^{(k)}\,\mathbf{p}^{(k)}$, где $\beta^{(k)}$ – некоторый коэффициент, выбором которого специфицируют методы сопряженных градиентов:

$$\beta^{(k)} = \frac{\left(\nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right), \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right)\right)}{\left(\nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right), \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)}$$ – метод

Флетчера–Ривса (для квадратичных функций сходится не более чем за n итераций);

$$\beta^{(k)} = \max\left\{\frac{\left(\nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right), \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right) - \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)}{\left(\nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right), \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)}, 0\right\}$$

– метод Поляка–Рибьера;

$$\beta^{(k)} = -\frac{\left(\nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right), \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right) - \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)}{\left(\mathbf{p}^{(k)}, \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right) - \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)} \quad -$$

метод Хестенса–Штифеля;

$$\beta^{(k)} = -\frac{\left(\nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right), \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right)\right)}{\left(\mathbf{p}^{(k)}, \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k+1)}\right) - \nabla f\left(\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)} \quad -$$

метод Дай–Юаня.

Для различных функций f тот или иной выбор β будет наилучшим вариантом. В нашем случае, как показала практика, метод Поляка–Рибьера сходился быстрее трех других. При любом выборе β начальное значение $\mathbf{p}^{(0)}$ принимается равным $-\nabla f(\mathbf{x}^{(0)})$; кроме того, после каждых n итераций, либо в случае возрастания f вдоль направления $\mathbf{p}^{(k)}$, нужно произвести «обновление» метода: положить $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)}$, $\mathbf{p}^{(k+1)} = -\nabla f(\mathbf{x}^{(k+1)})$. Условиями остановки итерационного процесса мы выбрали: достижение требуемой точности подбора $f(\mathbf{x}^{(k)}) < \varepsilon_1$, т. к. в нашем случае $F\left(\{\mathbf{r}_{1i}, \mathbf{r}_{2i}, \mathbf{J}_i\}_{i=0}^{N-1}\right)$ должно стремиться к 0; длина шага метода два раза подряд была меньше заданного значения $|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}| < \varepsilon_2$, в такой ситуации метод «топчется на месте»; норма градиента два раза подряд меньше априори заданной погрешности $|\nabla f\ (\mathbf{x}^{(k)})| < \varepsilon_3$, т. к. в этом случае метод «находится» около критической точки и в последующих итерациях длина шага будет сопоставима с ε_3.

Для устойчивой сходимости метода и сохранения некоторого физического смысла (например, отрезки не могут располагаться выше поверхности точек измерения поля) решение искалось на выпуклом компактном множестве в рамках заданных постоянных ограничений на параметры $\mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbf{R}^n$. Применялся метод проекций (Химмельблау, 1975): на каждой итерации перед выбором длины шага вместо направления $\mathbf{p}^{(k)}$ берется его проекция на множество допустимых значений $\mathbf{p}_\Omega^{(k)}$, затем $\alpha^{(k)}$ выбирается при дополнительном условии $\mathbf{x}^{(k+1)} \in \Omega$:

$$\alpha^{(k)} = \min\left\{\arg\min_{\alpha} f\left(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{p}_\Omega^{(k)}\right), \max\left\{\alpha \middle| \mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{p}_\Omega^{(k)} \in \Omega\right\}\right\}.$$

Приведенный выше метод был реализован в многопоточной программе на языке Си, которая использует вычислительные возможности современных графических процессоров (GPU) NVidia, опираясь на библиотеку CUDA и ее расширение cuBLAS.

Вычислительный пример

Для управления процессом вычисления на GPU создана программная оболочка «подбор стержнями» (рис 1, цветная вкладка), основная цель которой – генерация начального распределения модели стержней, возможность редактирования ее пользователем с тем, чтобы обеспечить хорошую сходимость процесса подбора.

Тестирование комплекса разработанных программ показало его пригодность для аппроксимации магнитных аномалий в трехмерном варианте полями однородно намагниченных отрезков.

Исследования проведены на примере приарктической части Уральского региона, участок заключен между 48–72° в.д. и 60–68° с.ш. Имеющаяся база данных аномального магнитного поля на данную территорию пересчитана в проекцию Гаусса–Крюгера, зона 11 центральный меридиан 63°. Исходное геомагнитное поле показано на рис. 2а (цветная вкладка), данные заданы на сетке размерностью 969×1335 ячеек с шагом 1 км. Величины поля за пределами участка заменены на пустые значения, таким образом, сетка содержит 1048333 непустых значений. Также в качестве исходных данных использованы компоненты нормального геомагнитного поля, вычисленные по модели IGRF (Thébault et al., 2015), и данные рельефа земной поверхности по базе SRTM PLUS (Becker et al., 2009; Муравьев, 2015). Все данные пересчитаны в ту же зону проекции Гаусса-Крюгера (Бызов, Муравьев, 2015) и подготовлены в виде сеток одинаковой размерности. Для предварительного тестирования был подготовлен также набор разрежен-

Таблица 1 Характеристики интенсивности магнитных аномалий

Поле (нТл)	Минимальное	Максимальное	Среднее	СКО	Стандартное отклонение
Исходное ΔTa	-881,10	2837,00	75,68	215,52	201,80
Подобранное ΔTa	-703,67	2559,18	75,95	215,71	201,90
Разность	-581,53	535,01	0,27	12,71	12,71
Восстановленное B_x	-1496,70	3000,74	7,68	195,82	195,67
Восстановленное B_y	-2118,47	2372,92	7,490	151,14	150,96
Восстановленное B_z	-729,66	2738,29	76,86	218,44	204,47

ных сеток с шагом 2, 5 и 10 км.

Ввиду значительной размерности задачи, вначале было решено разбить исходные данные на набор фрагментов в виде квадратных сеток размерностью 97×103 точек (130 фрагментов) и выполнять подбор для каждой из них. Для уменьшения краевых эффектов сетка каждого фрагмента дополнялась со всех сторон одним рядом ячеек, значения поля в которых устанавливались нулевыми. Для каждого квадрата генерировалась модель из 255 стержней, центры которых равномерно распределены на заданной пользователем глубине, например 9 км. Исходная длина всех стержней была одинаковая и также задана пользователем (8 км). Ориентировка в пространстве выбирается случайным образом. Намагниченность предполагается направленной вдоль стержня, исходное значение задается пользователем ($100 \cdot 10^6$ А·м).

Таким образом, подбирается $7 \cdot N$ параметров: 6 координат двух концов стрежня и интенсивность линейной намагниченности, N – число стержней модели. Среднее квадратичное отклонение (СКО) поля, вычисленного в результате подбора, от исходных значений ΔTa варьировалось от 3 до 20 нТл для различных фрагментов.

Модели стержней после подбора в пределах каждого фрагмента были объединены в общий файл, который был использован как начальное приближение для решения задачи на сетке полной размерности. После удаления отрезков, выходящих за пределы участка, полный подбор составил задачу размерности 28 199 стержней на сетке из 1 048 333 точек задания магнитного поля. Вычисление данной задачи на видеопроцессоре заняло порядка 8 минут на каждую итерацию на одном GPU NVidia GTX Titan Black. Характеристики результатов расчета приведены в табл. 1. Параметры подобранной системы стержней приведены в табл. 2.

На рис. 2 приведена карта подобранного модуля аномального магнитного поля исследуемого участка и вычисленная вертикальная компонента от подобранной системы стержней. Поскольку визуально карты почти неотличимы, на рис. 2г приведена разность этих компонент магнитного поля. Разность достигает значений ±400 нТл.

Заключение

Разработанная компьютерная технология может успешно использоваться для восстановления компонент аномального

Таблица 2. Характеристики параметров стержней

Параметр	Минимум	Максимум	Среднее	СКО
Глубина (км)	-15,10	-1,34	9,01	1,25
Намагниченность линейная (10^6 А·м)	98,36	101,29	99,90	1,470
Длина (км)	0,02	16,61	4,10	2,61

геомагнитного поля по известному распределению его абсолютного значения. Параллельная программная реализация показала высокую эффективность на сетках большой размерности. Получено распределение вертикальной составляющей аномального магнитного поля приарктической части Уральского региона в пределах участка заключенного между 48–72° в.д. и 60–68° с.ш. Разработанный алгоритм аппроксимации аномального магнитного поля также может быть использован для разделения источников аномалий.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №14-27-00059.

Авторы благодарны д.ф.-м.н. Н.В. Федоровой за постановку задачи, помощь в подготовке работы и ценные консультации.

Литература

Майер В.И., Никонова Ф.И., Федорова Н.В. Численная оптимизация при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // Физика Земли. 1985. № 5. С. 46–57.

Мартышко П.С., Рублев А.Л., Федорова Н.В. Метод нахождения поверхностей намагниченных слоев земной коры // Уральский геофизический вестник. 2014. № 1. С. 61–66.

Муравьев Л.А. Применение общеземных высотных данных в геофизических исследованиях // 14th EAGE International Conference on Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects. Kyev 2015. [Access mode: http: // www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=80254].

Муравьев Л.А., Бызов Д.Д. Вычисление нормального магнитного поля в системе координат, связанной с проекцией Гаусса-Крюгера // 14th EAGE International Conference on Geoinformatics – Theoretical and Applied Aspects. Kyev 2015. [Access mode: http: // www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=80232].

Федорова Н.В., Колмогорова В.В., Рублев А.Л., Цидаев А.Г. Магнитная модель северо-восточной части Европы // Геофизические исследования. 2013. Т. 14. № 2. С. 25–37.

Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 536 с.

Becker, J.J., D.T. Sandwell, W.H.F. Smith et al. Global Bathymetry and Elevation Data at 30 Arc Seconds Resolution: SRTM30_PLUS, Marine Geodesy, 32:4. 355–371. 2009.

Thébault E., Finlay C.C., Beggan C.D. et al. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation // Earth Planets and Space. 2015. 05. PP. 67–79.

К статье Бызова Д.Д., Муравьева Л.А. – «Вычисление вертикальной компоненты геомагнитного поля с помощью аппроксимации его модуля системой намагниченных отрезков»

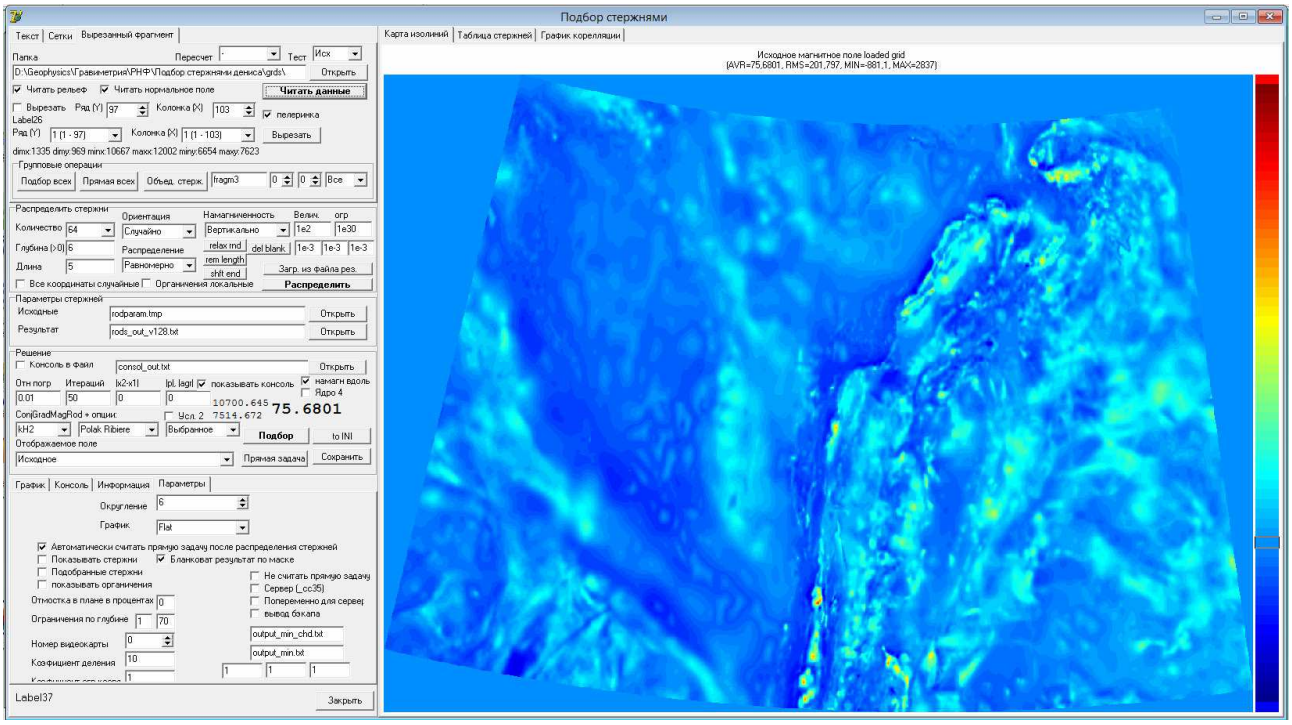

Рис. 1. Интерфейс программы «подбор стержнями» и исходное аномальное магнитное поле

К статье Бызова Д.Д., Муравьева Л.А. – «Вычисление вертикальной компоненты геомагнитного поля с помощью аппроксимации его модуля системой намагниченных отрезков»

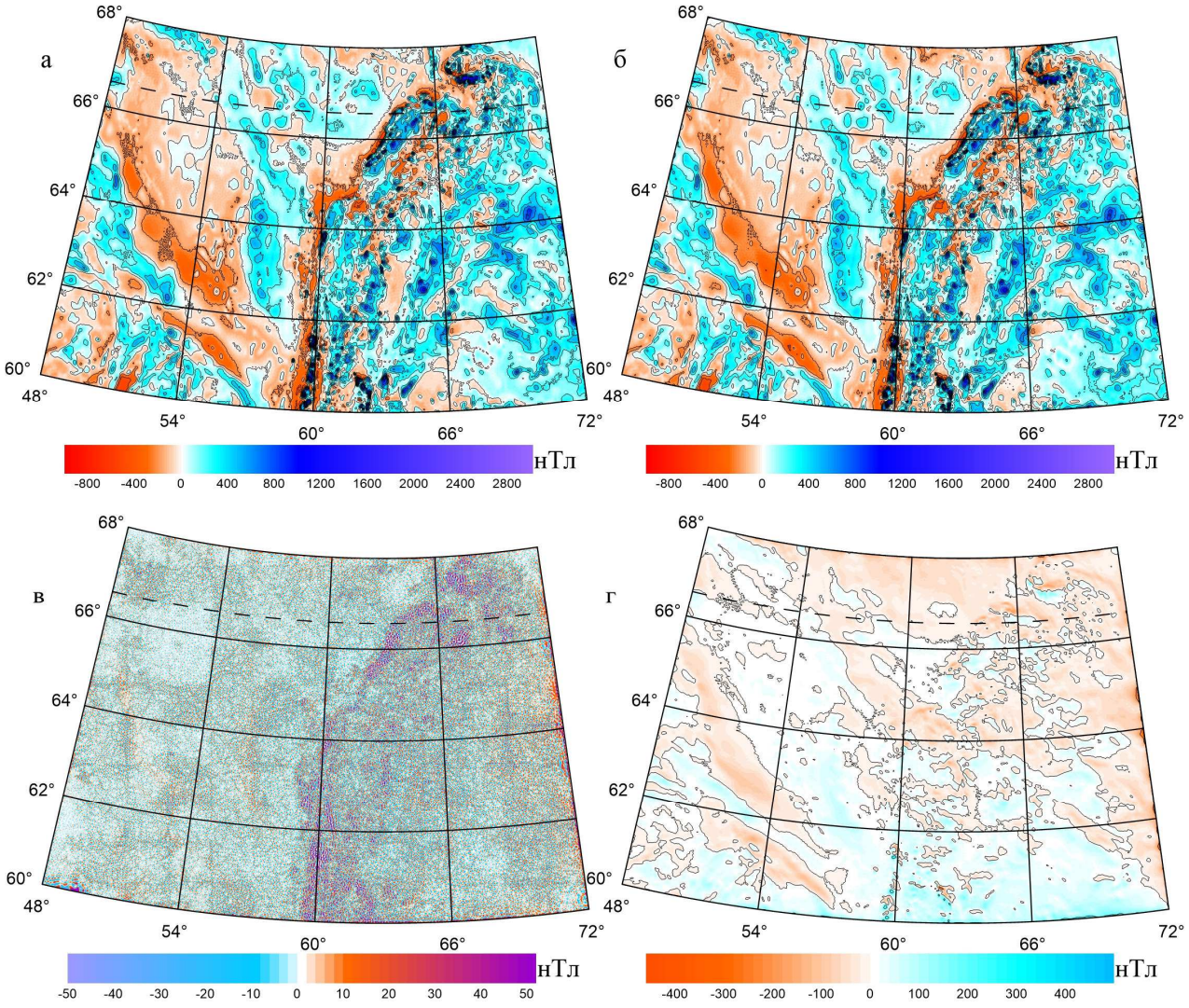

Рис. 2. Результаты вычислений:
а – подобранное аномальное магнитное поле; б – вычисленная от подобранной системы стержней вертикальная компонента магнитного поля; в – разность исходного и подобранного магнитных полей; г – разность между вертикальной компонентой и абсолютным значением магнитного поля